Berechenbarkeits- & Komplexitätstheorie — Übungsblatt 4

Thema: Komplexitätstheorie II — Wintersemester 2015/2016

Prof. Dr. Christoph Karg — Hochschule Aalen

Aufgabe 1. Gegeben ist die aussagenlogische Formel

$$F = (x_1 \vee \neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4)$$

a) Transformieren Sie F eine Problemstellung für Node Cover.

b) Geben Sie eine erfüllende Belegung für F sowie die entsprechende Knotenüberdeckung an.

Aufgabe 2. Gegeben ist die 3-KNF Formel

$$F = (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_3 \vee \neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \vee x_4 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \vee x_2 \vee \neg x_1).$$

a) Reduzieren Sie die Formel auf eine Eingabe (S, t) für Subset Sum.

b) Geben Sie eine erfüllende Belegung für F und die entsprechende Lösung für (S, t) an.

Aufgabe 3. Unter Partition versteht man folgendes Berechnungsproblem:

Gegeben: Natürliche Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_n$

Gefragt: Existiert eine Teilmenge $I \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ mit $\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \notin I} a_i$?

Weisen Sie nach, dass Partition NP-vollständig ist, indem Sie das Subset Sum Problem auf Partition reduzieren.

Aufgabe 4. Unter Bin Packing versteht man das folgende Entscheidungsproblem:

- *Gegeben:* Behältergröße $b \in \mathbb{N}$, Anzahl der Behälter $k \in \mathbb{N}$, Gegenstände der Größe $a_1, \ldots, a_n \in \{1, \ldots, b\}$
- *Gefragt:* Können die Objekte so auf die k Behälter verteilt werden, dass kein Behälter überläuft? Oder mathematisch formuliert: Gibt es eine Abbildung $f : \{1, \ldots, n\} \mapsto \{1, \ldots, k\}$, so dass für alle $j = 1, \ldots, k$ gilt:

$$\sum_{i: f(i) = j} a_i \leq b.$$

Zeigen Sie, dass Bin Packing NP-vollständig ist. (*Hinweis:* Reduzieren Sie Partition auf Bin Packing.)