Berechenbarkeits- & Komplexitätstheorie — Übungsblatt 3

Thema: Komplexitätstheorie I — Wintersemester 2015/2016

Prof. Dr. Christoph Karg — Hochschule Aalen

Aufgabe 1. Gegeben ist die aussagenlogische Formel

$$F = \neg(x \vee (y \wedge \neg z)) \vee (z \wedge x \vee (\neg x \wedge y)).$$

Werten Sie die Formel für die Belegung $(x = 1, y = 0, z = 1)$ mit dem in der Vorlesung durch genommenen Algorithmus aus?

Aufgabe 2. Beweisen Sie: Für beliebige Funktionen $f, g : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}^+$

a) $f(n) + g(n) \in \Omega(\min\{f(n), g(n)\})$

b) $f(n) + g(n) \in O(\max\{f(n), g(n)\})$

Aufgabe 3. Gegeben ist die folgende kontextfreie Grammatik G in Chomsky Normalform:

$$\begin{array}{rcl} S & \to & AB \mid BC \\ A & \to & BA \mid a \\ B & \to & CC \mid b \\ C & \to & AB \mid a \end{array}$$

Die Startvariable ist S. Ermitteln Sie unter Einsatz des CYK-Algorithmus, ob das Wort *ababa* in der von G erzeugten Sprache ist.

Aufgabe 4. Weisen Sie nach, dass die Funktion $f(n) = n^2 \log_2 n$ zeitkonstruierbar ist.

Aufgabe 5. Überprüfen Sie mit dem 2-SAT Algorithmus, ob die Formel

$$(x_2 \vee \neg x_1) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \neg \vee x_2) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) \wedge (\neg x_4 \vee x_1)$$

erfüllbar ist.

Aufgabe 6. Beweisen Sie, dass die $\leq_m^p$ Reduktion transitiv ist, d.h., dass für alle Sprachen A, B und C gilt: Falls $A \leq_m^p B$ und $B \leq_m^p C$, dann $A \leq_m^p C$.