

Klausur zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen 3
Sommersemester 2008

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurergebnis			
Aufgabe 1 (15 Punkte)		Aufgabe 2 (15 Punkte)	
Aufgabe 3 (15 Punkte)		Aufgabe 4 (15 Punkte)	
Aufgabe 5 (10 Punkte)		Aufgabe 6 (15 Punkte)	
Aufgabe 7 (15 Punkte)			
Gesamt (100 Punkte)		Note	

Bearbeitungshinweise:

- Die Bearbeitungsdauer der Klausur beträgt 120 Minuten.
- Überprüfen Sie bitte sofort nach Erhalt die Vollständigkeit der Unterlagen (10 Seiten).
- Bitte lassen Sie die Klausur zusammengeheftet.
- Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Falls notwendig, dann benutzen Sie die Rückseite des jeweiligen Aufgabenblatts für Notizen und Entwürfe.

Viel Erfolg!

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 1. (15 Punkte)

Gegeben ist eine Hashtabelle mit $m = 7$ Slots. Die Hashfunktion lautet

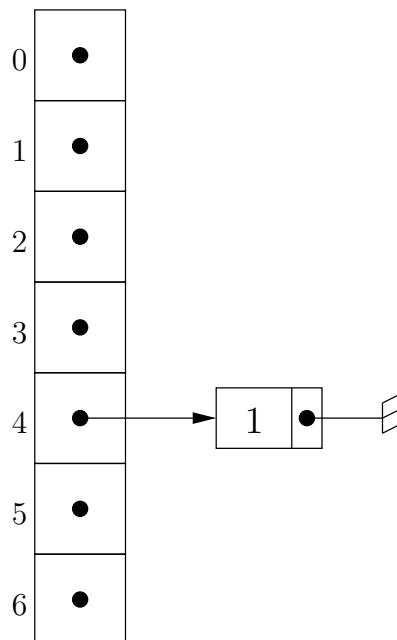
$$h(k) = (3k + 1) \bmod 7.$$

Kollisionen werden mit Verkettung aufgelöst. In die Tabelle werden Elemente mit den Schlüsseln 1, 5, 16, 3, 4, 10 in genau dieser Reihenfolge eingefügt.

- a) Berechnen Sie die Slots, in die die Elemente gehasht werden:

k	1	5	16	3	4	10
$h(k)$	4					

- b) Zeichnen Sie die Hashtabelle nach Einfügen der Elemente:



Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 2. (15 Punkte)

Gegeben ist ein Fertigungsplanungsproblem mit folgenden Parametern:

j	1	2	3	4	5
$a_{1,j}$	5	11	10	6	8
$a_{2,j}$	13	3	15	4	5
$t_{1,j}$	4	1	1	1	—
$t_{2,j}$	1	3	1	2	—

j	1	2
e_j	6	4
x_j	1	3

- a) Stellen Sie das Problem als gerichteten Graph dar.

- b) Berechnen Sie eine optimale Lösung für das Problem. Tragen Sie die Teilergebnisse Ihrer Berechnung in die nachfolgende Tabelle ein:

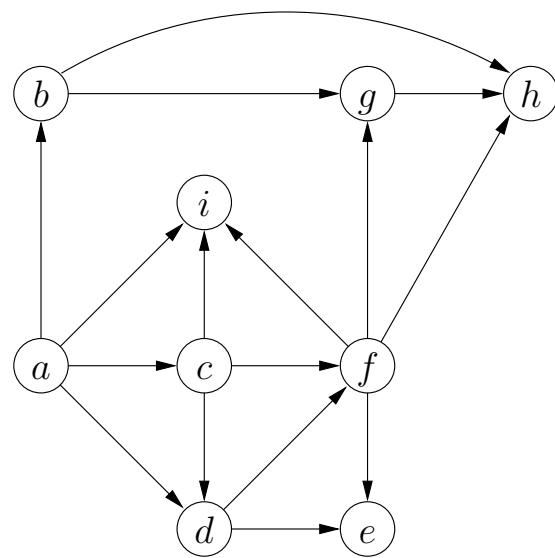
j	1	2	3	4	5	Ende
$f_1[j]$						
$f_2[j]$						
$\ell_1[j]$	—					
$\ell_2[j]$	—					

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 3. (15 Punkte)

Gegeben ist der folgende Graph G :



- a) Führen Sie in G eine Tiefensuche durch. Tragen Sie die Knoten in der Reihenfolge in nachfolgende Tabelle ein, in der sie von der Suche gefunden werden.

Hinweis: Die Knoten werden in alphabetischer Reihenfolge durchlaufen.

v	$d[v]$	$f[v]$

Name: _____

Matr. Nr.: _____

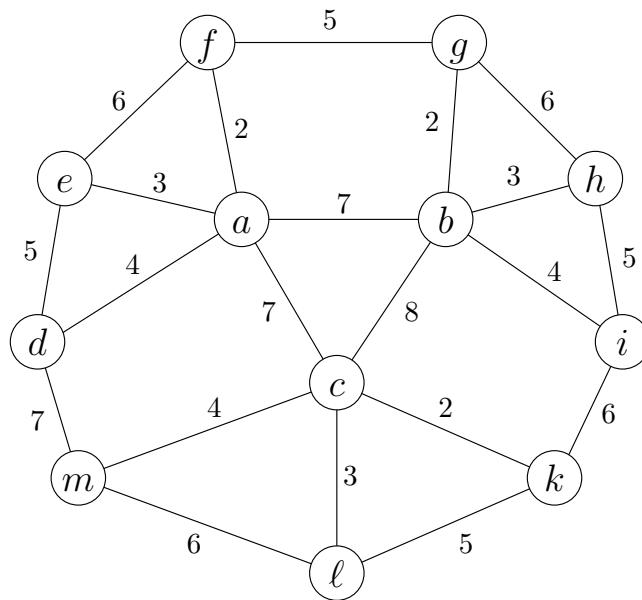
- b) Besitzt der Graph eine topologische Sortierung? Falls ja, dann geben Sie eine solche Sortierung an.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 4. (15 Punkte)

Berechnen Sie für den folgenden Graph unter Verwendung des Algorithmus von Prim einen minimalen Spannbaum. Startpunkt ist der Knoten a . Tragen Sie in der Tabelle die Knoten in der Reihenfolge ein, in der sie von Prims Algorithmus ausgewählt werden.



v	a										
$\pi[v]$	-										

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 5. (10 Punkte)

Gegeben ist ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit der Gewichtsfunktion $w : E \mapsto \mathbb{R}^+$.

Beweisen Sie: Falls die Kante $(u, v) \in E$ in einem minimal aufspannenden Baum von G enthalten ist, dann existiert ein Schnitt $(S, V \setminus S)$ für den (u, v) eine leichte Kante ist.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 6. (15 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen A_1, \dots, A_6 mit den Dimensionen:

$$A_1 : 5 \times 12$$

$$A_2 : 12 \times 10$$

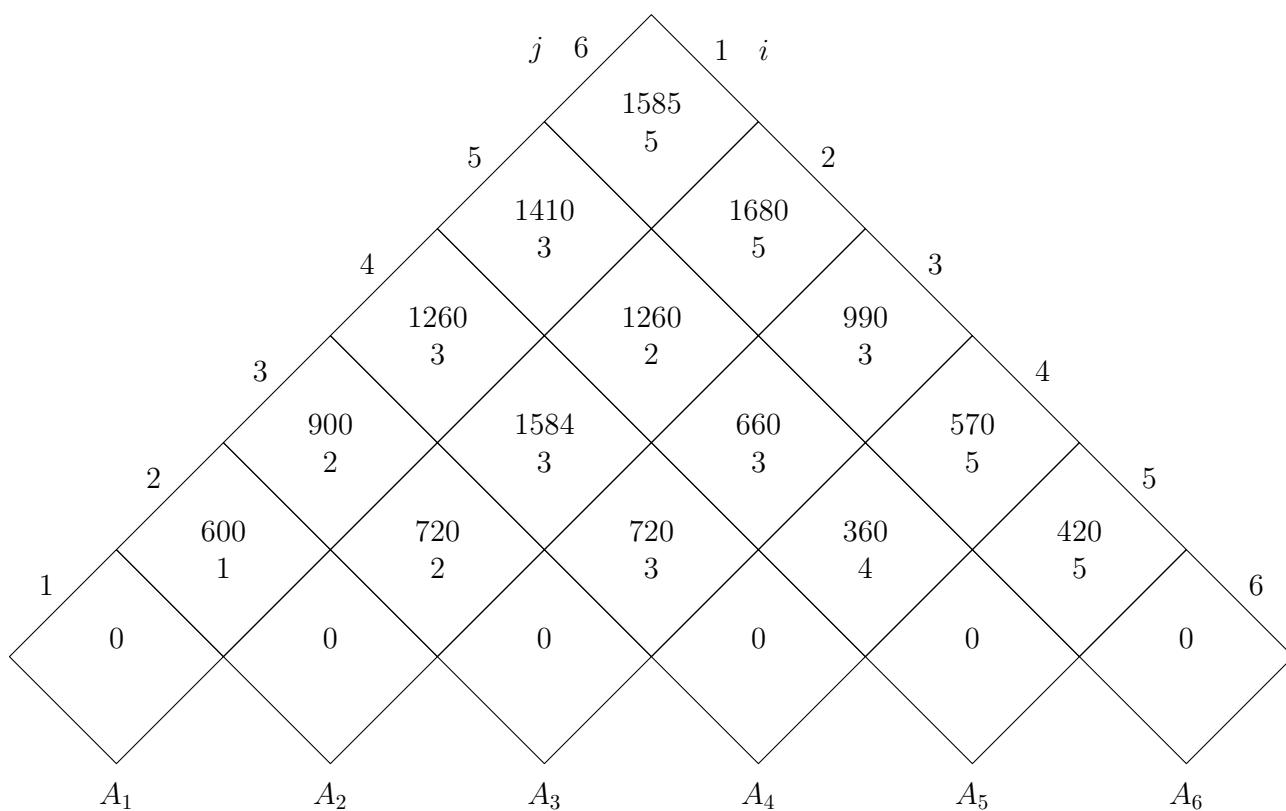
$$A_3 : 10 \times 6$$

$$A_4 : 6 \times 12$$

$$A_5 : 12 \times 5$$

$$A_6 : 5 \times 7$$

Der Algorithmus zur Berechnung der optimalen Klammerung einer Matrixkettenmultiplikation liefert das Ergebnis:



Die Aufgabe besteht darin, den Inhalt der leeren Zellen zu berechnen und in die Tabelle einzutragen. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Berechnungen an.

- a) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 3, j = 4$):

Name: _____

Matr. Nr.: _____

b) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 2, j = 6$):

c) Wie lautet die optimale Klammerung:

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 7. (15 Punkte)

Die Tiefensuche auf einem gerichteten Graphen lieferte das folgende Ergebnis:

v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
a	1	10	-
b	11	18	-
c	2	9	a
d	14	15	h
e	3	8	c

v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
f	4	7	e
g	12	17	b
h	13	16	g
i	5	6	f

Ermitteln Sie auf Basis dieser Information den Typ der nachfolgenden Kanten (Tree/Forward Edge, Back Edge bzw. Cross Edge):

$Kante$	Typ
$a \rightarrow c$	
$a \rightarrow e$	
$b \rightarrow a$	
$b \rightarrow g$	
$c \rightarrow e$	
$d \rightarrow c$	
$d \rightarrow e$	
$d \rightarrow f$	
$e \rightarrow f$	
$f \rightarrow i$	
$g \rightarrow h$	
$h \rightarrow b$	
$h \rightarrow d$	
$h \rightarrow f$	
$h \rightarrow i$	