

**Klausur zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen 3
Sommersemester 2008**

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurergebnis			
Aufgabe 1 (15 Punkte)		Aufgabe 2 (15 Punkte)	
Aufgabe 3 (15 Punkte)		Aufgabe 4 (15 Punkte)	
Aufgabe 5 (10 Punkte)		Aufgabe 6 (15 Punkte)	
Aufgabe 7 (15 Punkte)			
Gesamt (100 Punkte)		Note	

Bearbeitungshinweise:

- Die Bearbeitungsdauer der Klausur beträgt 120 Minuten.
- Überprüfen Sie bitte sofort nach Erhalt die Vollständigkeit der Unterlagen (10 Seiten).
- Bitte lassen Sie die Klausur zusammengeheftet.
- Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Falls notwendig, dann benutzen Sie die Rückseite des jeweiligen Aufgabenblatts für Notizen und Entwürfe.

Viel Erfolg!

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 1. (15 Punkte)

Gegeben ist eine Hashtabelle mit $m = 7$ Slots. Die Hashfunktion lautet

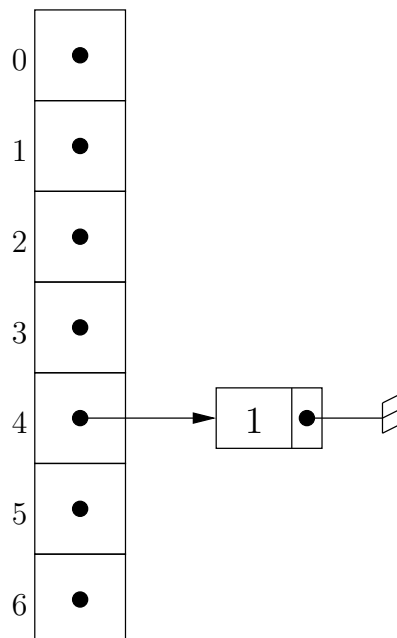
$$h(k) = (3k + 1) \bmod 7.$$

Kollisionen werden mit Verkettung aufgelöst. In die Tabelle werden Elemente mit den Schlüsseln 1, 5, 16, 3, 4, 10 in genau dieser Reihenfolge eingefügt.

a) Berechnen Sie die Slots, in die die Elemente gehasht werden:

k	1	5	16	3	4	10
$h(k)$	4					

b) Zeichnen Sie die Hashtabelle nach Einfügen der Elemente:



Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 2. (15 Punkte)

Gegeben ist ein Fertigungsplanungsproblem mit folgenden Parametern:

j	1	2	3	4	5
$a_{1,j}$	5	11	10	6	8
$a_{2,j}$	13	3	15	4	5
$t_{1,j}$	4	1	1	1	—
$t_{2,j}$	1	3	1	2	—

j	1	2
e_j	6	4
x_j	1	3

- a) Stellen Sie das Problem als gerichteten Graph dar.

- b) Berechnen Sie eine optimale Lösung für das Problem. Tragen Sie die Teilergebnisse Ihrer Berechnung in die nachfolgende Tabelle ein:

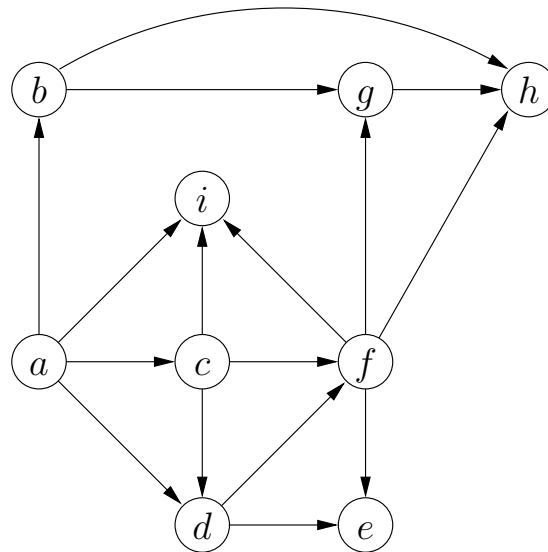
j	1	2	3	4	5	Ende
$f_1[j]$						
$f_2[j]$						
$\ell_1[j]$	—					
$\ell_2[j]$	—					

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 3. (15 Punkte)

Gegeben ist der folgende Graph G :



- a) Führen Sie in G eine Tiefensuche durch. Tragen Sie die Knoten in der Reihenfolge in nachfolgende Tabelle ein, in der sie von der Suche gefunden werden.

Hinweis: Die Knoten werden in alphabetischer Reihenfolge durchlaufen.

v	$d[v]$	$f[v]$

Name: _____

Matr. Nr.: _____

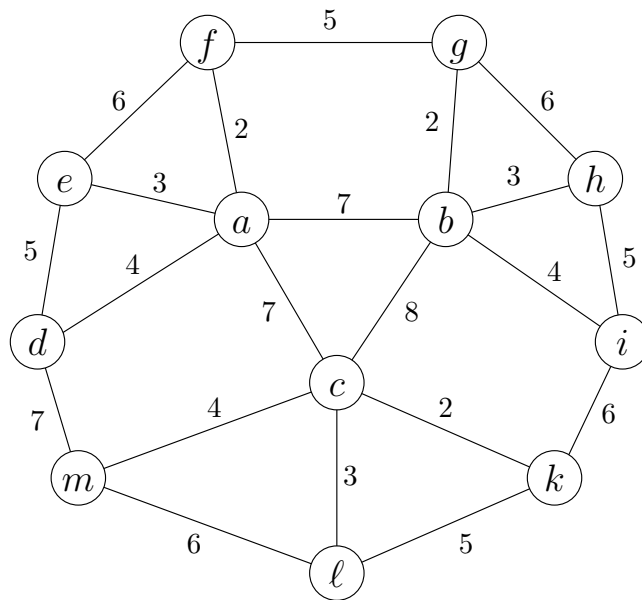
- b) Besitzt der Graph eine topologische Sortierung? Falls ja, dann geben Sie eine solche Sortierung an.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 4. (15 Punkte)

Berechnen Sie für den folgenden Graph unter Verwendung des Algorithmus von Prim einen minimalen Spannbaum. Startpunkt ist der Knoten a . Tragen Sie in der Tabelle die Knoten in der Reihenfolge ein, in der sie von Prim's Algorithmus ausgewählt werden.



v	a											
$\pi[v]$	—											

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 5. (10 Punkte)

Gegeben ist ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit der Gewichtsfunktion $w : E \mapsto \mathbb{R}^+$.

Beweisen Sie: Falls die Kante $(u, v) \in E$ in einem minimal aufspannenden Baum von G enthalten ist, dann existiert ein Schnitt $(S, V \setminus S)$ für den (u, v) eine leichte Kante ist.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 6. (15 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen A_1, \dots, A_6 mit den Dimensionen:

$$A_1 : 5 \times 12$$

$$A_2 : 12 \times 10$$

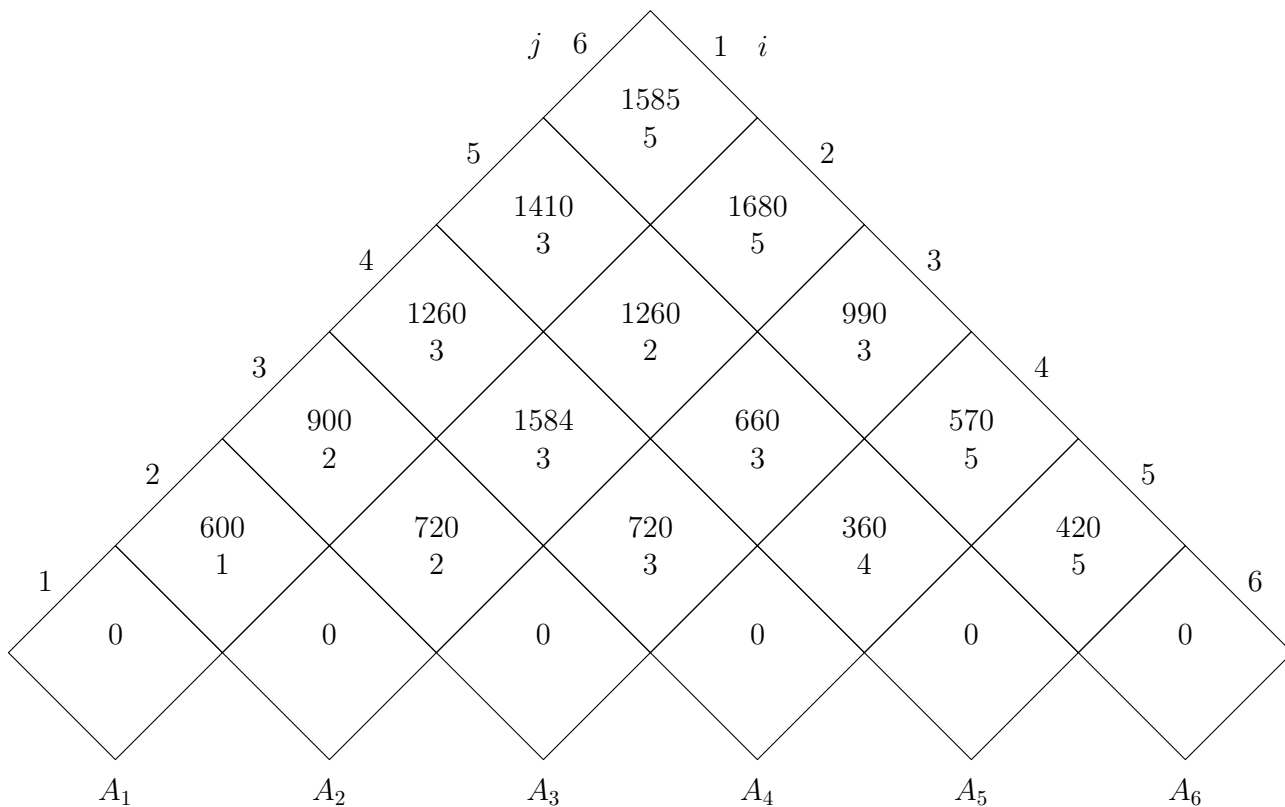
$$A_3 : 10 \times 6$$

$$A_4 : 6 \times 12$$

$$A_5 : 12 \times 5$$

$$A_6 : 5 \times 7$$

Der Algorithmus zur Berechnung der optimalen Klammerung einer Matrixkettenmultiplikation liefert das Ergebnis:




Die Aufgabe besteht darin, den Inhalt der leeren Zellen zu berechnen und in die Tabelle einzutragen. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Berechnungen an.

a) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 3, j = 4$):

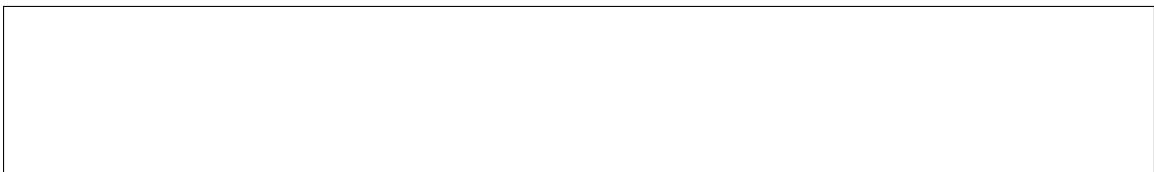
Name: _____

Matr. Nr.: _____

b) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 2, j = 6$):

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to show their calculation for the value of the cell at $(i=2, j=6)$.

c) Wie lautet die optimale Klammerung:

A rectangular box with a thin black border, intended for the student to write the optimal bracketing for the given sequence.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 7. (15 Punkte)

Die Tiefensuche auf einem gerichteten Graphen lieferte das folgende Ergebnis:

v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
a	1	10	—
b	11	18	—
c	2	9	a
d	14	15	h
e	3	8	c

v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
f	4	7	e
g	12	17	b
h	13	16	g
i	5	6	f

Ermitteln Sie auf Basis dieser Information den Typ der nachfolgenden Kanten (Tree/Forward Edge, Back Edge bzw. Cross Edge):

$Kante$	Typ
$a \rightarrow c$	
$a \rightarrow e$	
$b \rightarrow a$	
$b \rightarrow g$	
$c \rightarrow e$	
$d \rightarrow c$	
$d \rightarrow e$	
$d \rightarrow f$	
$e \rightarrow f$	
$f \rightarrow i$	
$g \rightarrow h$	
$h \rightarrow b$	
$h \rightarrow d$	
$h \rightarrow f$	
$h \rightarrow i$	