

Klausur Algorithmen und Datenstrukturen 3 (SS 2008)

Lösungshinweise

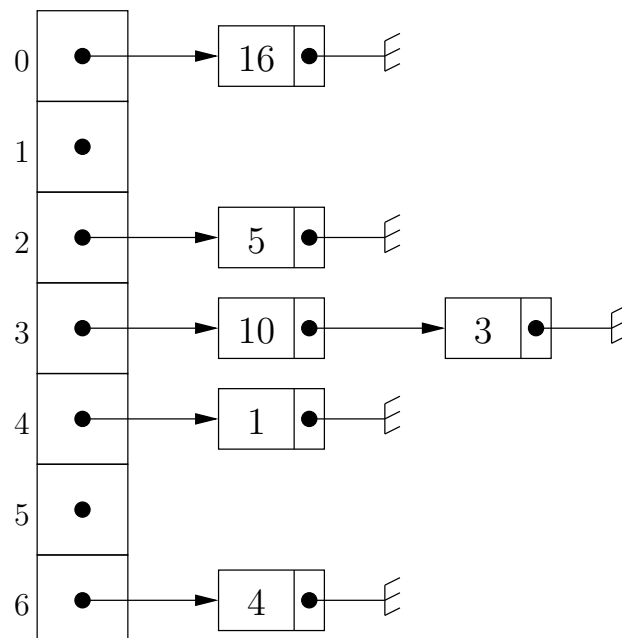
(Alle Angaben ohne Gewähr)

Aufgabe 1.

a) Wertetabelle:

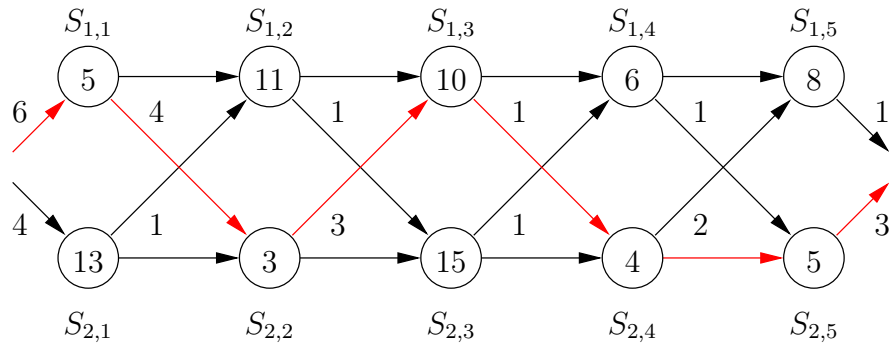
k	1	5	16	3	4	10
$h(k)$	4	2	0	3	6	3

b) Hashtabelle nach Einfügen der Elemente:



Aufgabe 2.

a) Das Fertigungsplanungsproblem als gerichteter Graph inklusive Lösung:



b) Die berechnete Lösung:

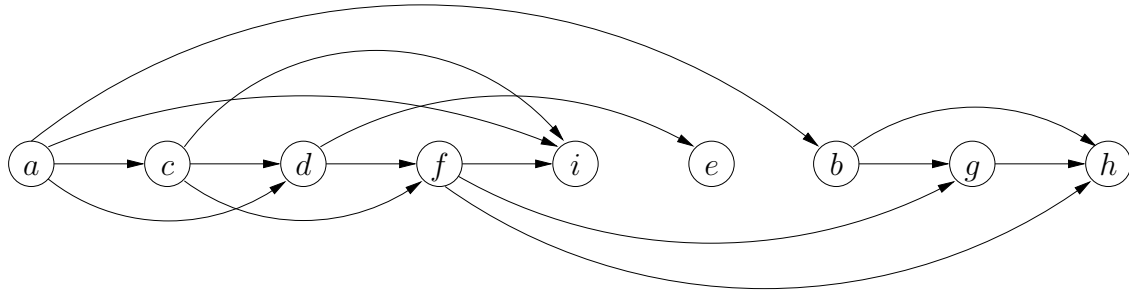
j	1	2	3	4	5	Ende
$f_1[j]$	11	22	31	37	45	46
$f_2[j]$	17	18	33	36	41	44
$\ell_1[j]$	—	1	2	1	1	1
$\ell_2[j]$	—	1	2	1	2	2

Aufgabe 3.

a) Die von der Tiefensuche berechneten Werte sind:

v	$d[v]$	$f[v]$
a	1	18
b	2	7
g	3	6
h	4	5
c	8	17
d	9	16
e	10	11
f	12	15
i	13	14

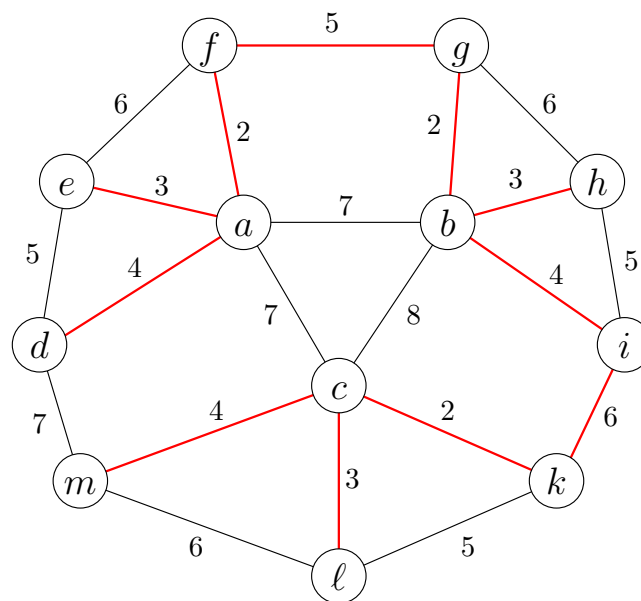
b) Der Graph G in topologischer Sortierung:



Aufgabe 4. Der Algorithmus von Prim durchläuft die Knoten in der folgenden Reihenfolge:

v	a	f	e	d	g	b	h	i	k	c	l	m
$\pi[v]$	—	a	a	a	f	g	b	b	i	k	c	c

Der Graph G inklusive minimal aufspannendem Baum:



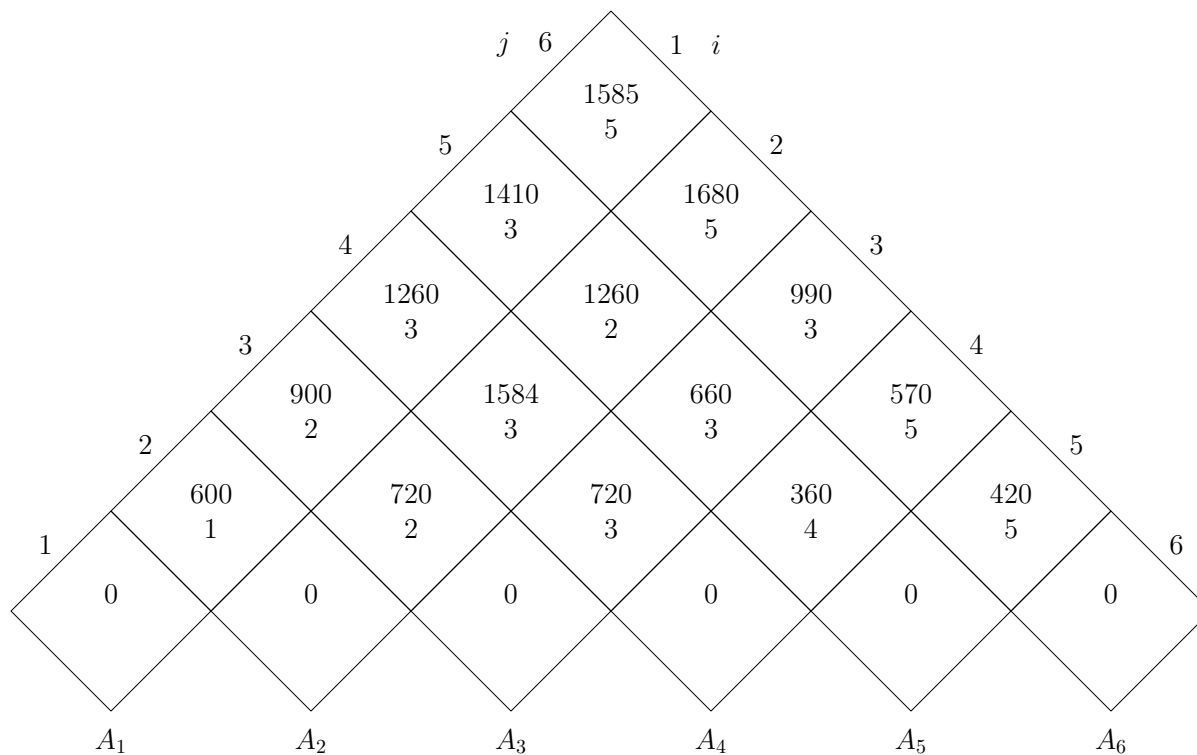
Aufgabe 5. Sei T ein minimaler Spannbaum von G . Angenommen, es gibt eine Kante $(u, v) \in T$, die für keinen Schnitt eine leichte Kante ist. Da T ein Baum ist, führt das Entfernen von (u, v) aus T zu zwei nicht zusammenhängenden Teilbäumen T_1 und T_2 .

Betrachte den Schnitt $(T_1, V \setminus T_1) = (T_1, T_2)$. Da (u, v) keine leichte Kante für diesen Schnitt ist, muss es eine Kante (x, y) geben, für die $w(x, y) < w(u, v)$ gilt. Die Kantenmenge $T' = T_1 \cup T_2 \cup \{(x, y)\}$ ist ein Spannbaum. Für das Gewicht von T' gilt:

$$w(T') = w(T) - w(u, v) + w(x, y) < w(T).$$

Dies ist ein Widerspruch zu der Tatsache, dass T minimaler Spannbaum ist.

Aufgabe 6. Die vollständige Tabelle ist:



a) $i = 3, j = 4: 10 \cdot 6 \cdot 12 = 720$

b) $i = 2, j = 6$:

$$k = 2 : \quad 0 + 990 + 12 \cdot 10 \cdot 7 = 1830$$

$$k = 3: \quad 720 + 570 + 12 \cdot 6 \cdot 7 = 1794$$

$$k = 4: \quad 1584 + 420 + 12 \cdot 12 \cdot 7 = 3012$$

$$k = 5 : \quad 1260 + 12 \cdot 5 \cdot 7 = 1680$$

c) Die optimale Klammerung ist: $((A_1 A_2) A_3) (A_4 A_5) A_6$.

Aufgabe 7.

<i>Kante</i>	<i>Typ</i>
$a \rightarrow c$	Tree/Forward Edge
$a \rightarrow e$	Tree/Forward Edge
$b \rightarrow a$	Cross Edge
$b \rightarrow g$	Tree/Forward Edge
$c \rightarrow e$	Tree/Forward Edge
$d \rightarrow c$	Cross Edge
$d \rightarrow e$	Cross Edge
$d \rightarrow f$	Cross Edge

$Kante$	Typ
$e \rightarrow f$	Tree/Forward Edge
$f \rightarrow i$	Tree/Forward Edge
$g \rightarrow h$	Tree/Forward Edge
$h \rightarrow b$	Back Edge
$h \rightarrow d$	Tree/Forward Edge
$h \rightarrow f$	Cross Edge
$h \rightarrow i$	Cross Edge