

Klausur Algorithmen und Datenstrukturen 3

(SS 2008)

Lösungshinweise

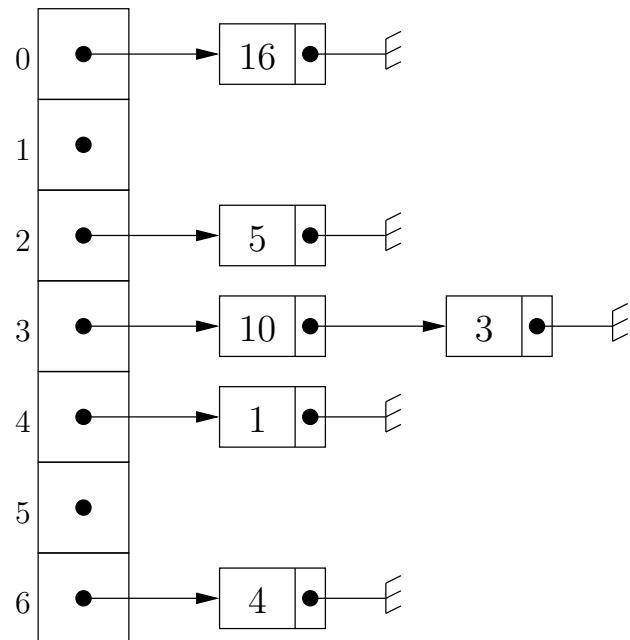
(Alle Angaben ohne Gewähr)

Aufgabe 1.

a) Wertetabelle:

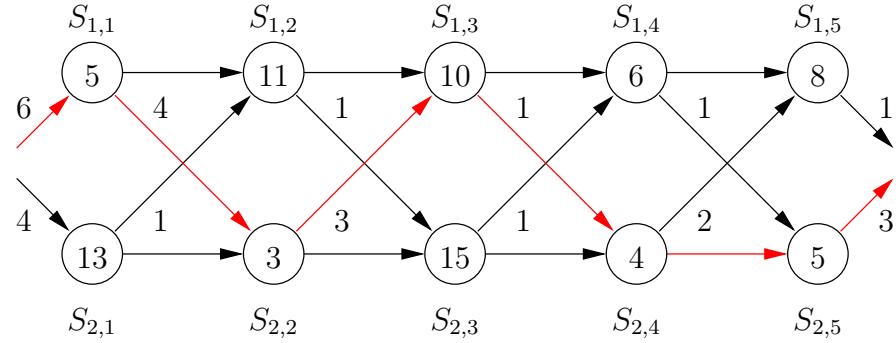
k	1	5	16	3	4	10
$h(k)$	4	2	0	3	6	3

b) Hashtabelle nach Einfügen der Elemente:



Aufgabe 2.

- a) Das Fertigungsplanungsproblem als gerichteter Graph inklusive Lösung:



- b) Die berechnete Lösung:

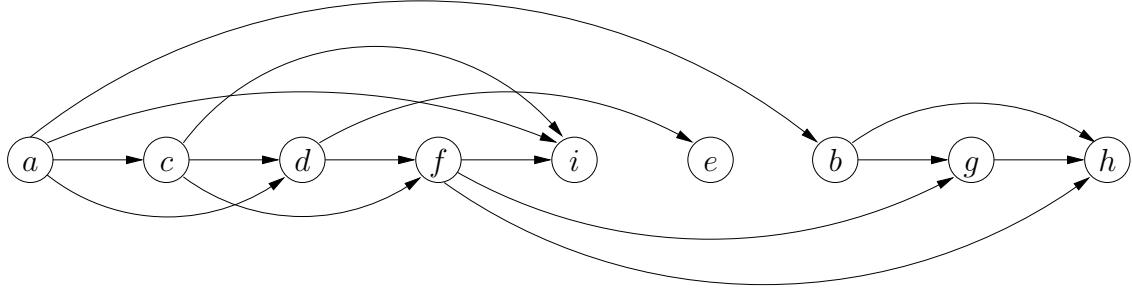
j	1	2	3	4	5	Ende
$f_1[j]$	11	22	31	37	45	46
$f_2[j]$	17	18	33	36	41	44
$\ell_1[j]$	—	1	2	1	1	1
$\ell_2[j]$	—	1	2	1	2	2

Aufgabe 3.

- a) Die von der Tiefensuche berechneten Werte sind:

v	$d[v]$	$f[v]$
a	1	18
b	2	7
g	3	6
h	4	5
c	8	17
d	9	16
e	10	11
f	12	15
i	13	14

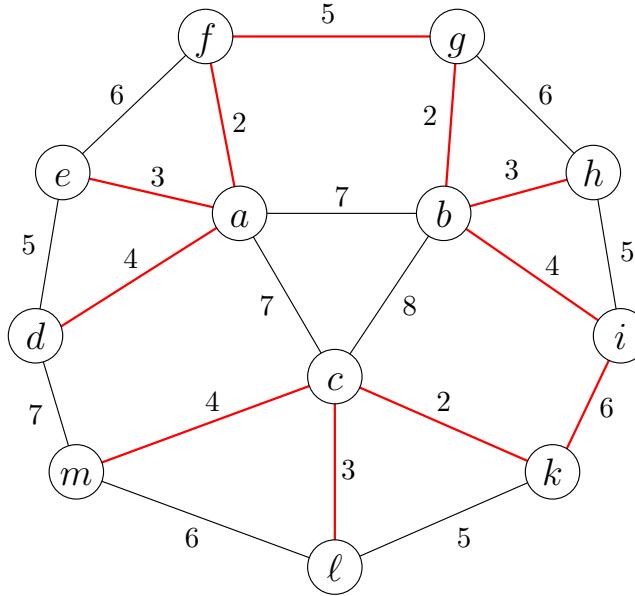
b) Der Graph G in topologischer Sortierung:



Aufgabe 4. Der Algorithmus von Prim durchläuft die Knoten in der folgenden Reihenfolge:

v	a	f	e	d	g	b	h	i	k	c	l	m
$\pi[v]$	—	a	a	a	f	g	b	b	i	k	c	c

Der Graph G inklusive minimal aufspannendem Baum:



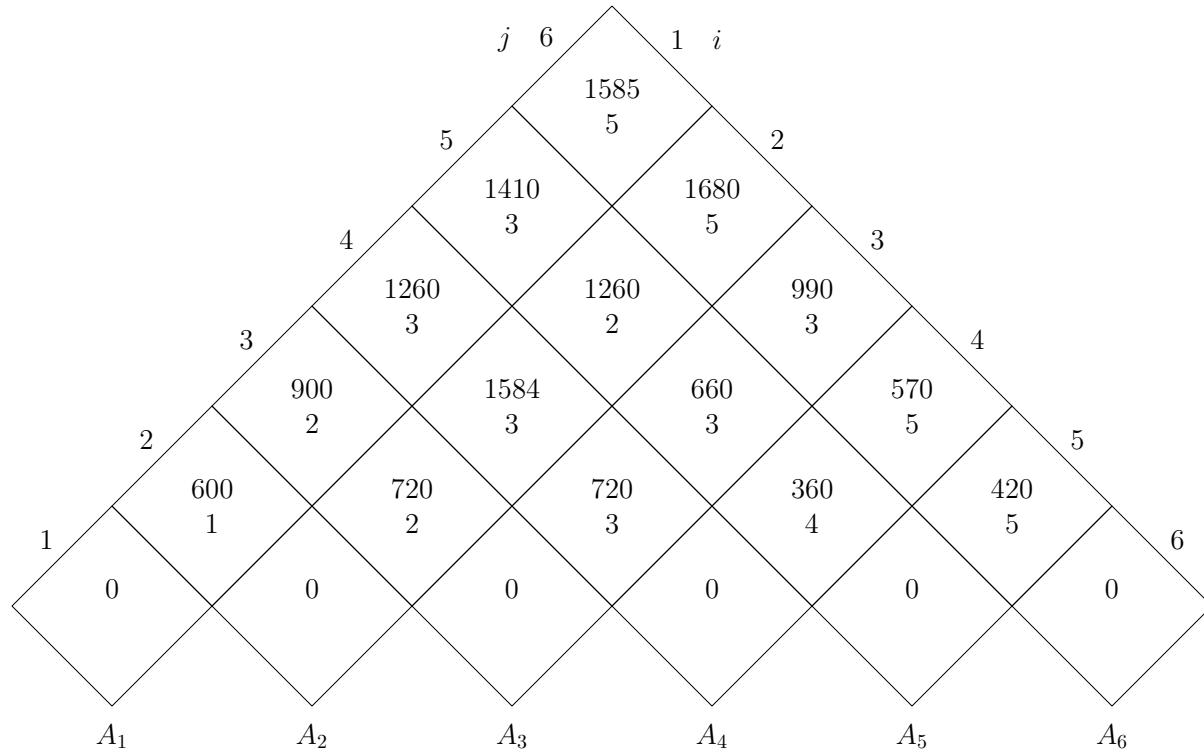
Aufgabe 5. Sei T ein minimaler Spannbaum von G . Angenommen, es gibt eine Kante $(u, v) \in T$, die für keinen Schnitt eine leichte Kante ist. Da T ein Baum ist, führt das Entfernen von (u, v) aus T zu zwei nicht zusammenhängenden Teilbäumen T_1 und T_2 .

Betrachte den Schnitt $(T_1, V \setminus T_1) = (T_1, T_2)$. Da (u, v) keine leichte Kante für diesen Schnitt ist, muss es eine Kante (x, y) geben, für die $w(x, y) < w(u, v)$ gilt. Die Kantenmenge $T' = T_1 \cup T_2 \cup \{(x, y)\}$ ist ein Spannbaum. Für das Gewicht von T' gilt:

$$w(T') = w(T) - w(u, v) + w(x, y) < w(T).$$

Dies ist ein Widerspruch zu der Tatsache, dass T minimaler Spannbaum ist.

Aufgabe 6. Die vollständige Tabelle ist:



Aufgabe 7.

Kante	Typ
$a \rightarrow c$	Tree/Forward Edge
$a \rightarrow e$	Tree/Forward Edge
$b \rightarrow a$	Cross Edge
$b \rightarrow g$	Tree/Forward Edge
$c \rightarrow e$	Tree/Forward Edge
$d \rightarrow c$	Cross Edge
$d \rightarrow e$	Cross Edge
$d \rightarrow f$	Cross Edge

Kante	Typ
$e \rightarrow f$	Tree/Forward Edge
$f \rightarrow i$	Tree/Forward Edge
$g \rightarrow h$	Tree/Forward Edge
$h \rightarrow b$	Back Edge
$h \rightarrow d$	Tree/Forward Edge
$h \rightarrow f$	Cross Edge
$h \rightarrow i$	Cross Edge