

Klausur Algorithmen und Datenstrukturen 3

(Wintersemester 2007/2008)

Lösungshinweise

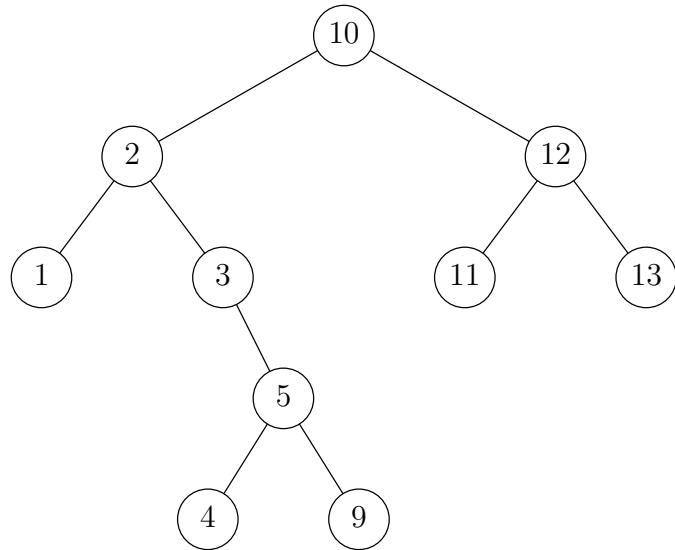
(Alle Angaben ohne Gewähr)

Aufgabe 1. Berechnung des Slots:

$$\begin{aligned} h(k) &= \lfloor A \cdot k - \lfloor A \cdot k \rfloor \rfloor m \\ h(2491) &= \left\lfloor \left(2491 \cdot \frac{\pi^2}{20} - \left\lfloor 2491 \cdot \frac{\pi^2}{20} \right\rfloor \right) \cdot 1024 \right\rfloor \\ &\approx \lfloor 0.25922816 \cdot 1024 \rfloor \\ &= 265 \end{aligned}$$

Ergebnis: $h(2491) = 265$.

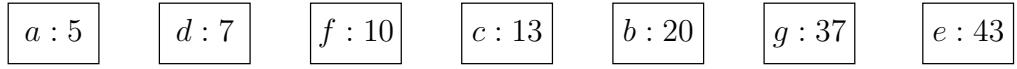
Aufgabe 2. Suchbaum nach Einfügen von 10, 2, 3, 12, 5, 1, 9, 11, 13, 4:



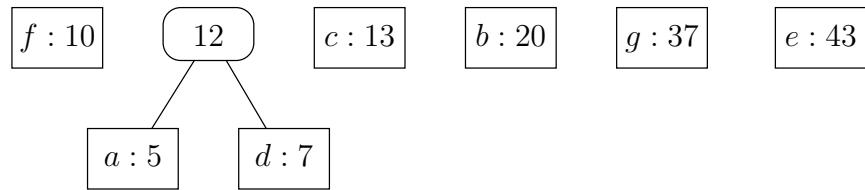
Aufgabe 3.

a) Schrittweise Erstellung des Kodebaums:

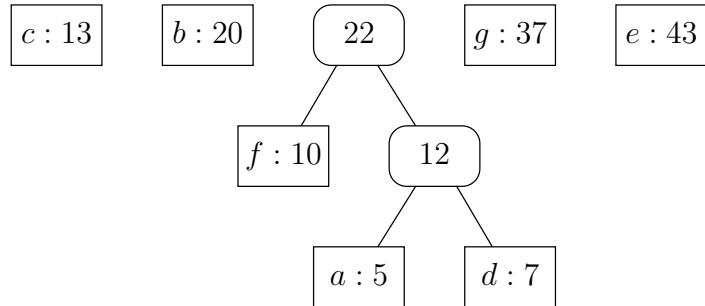
Schritt 1:



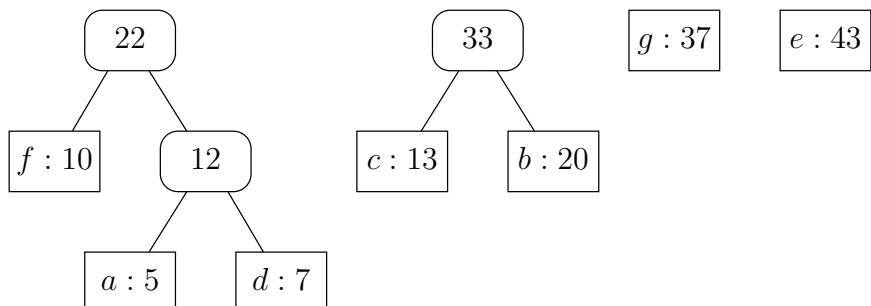
Schritt 2:



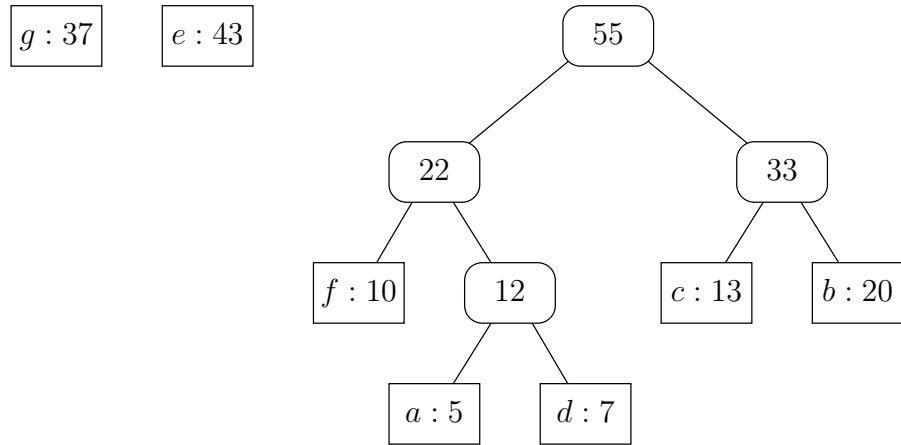
Schritt 3:



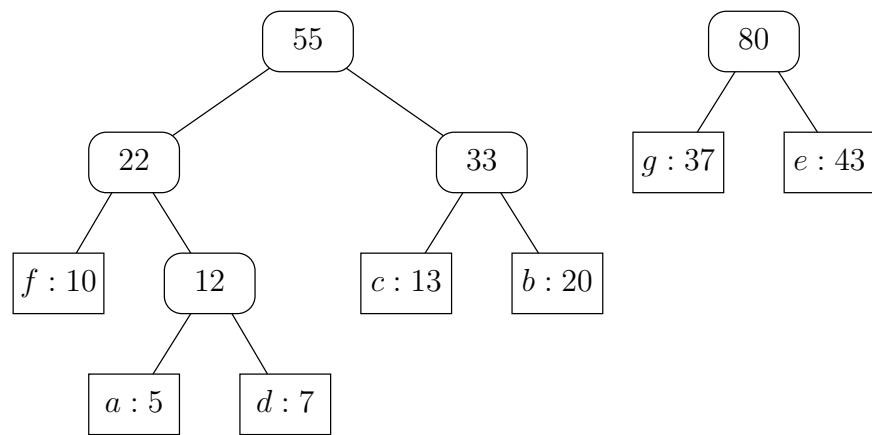
Schritt 4:



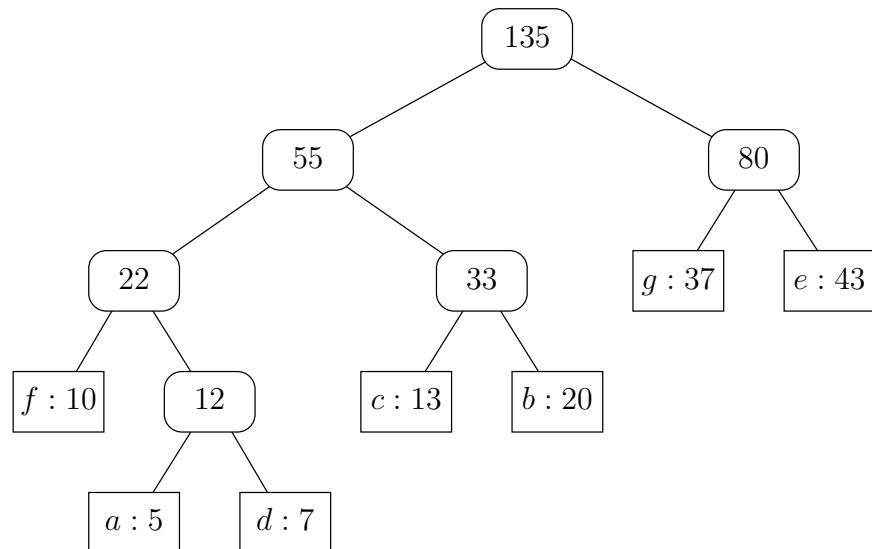
Schritt 5:



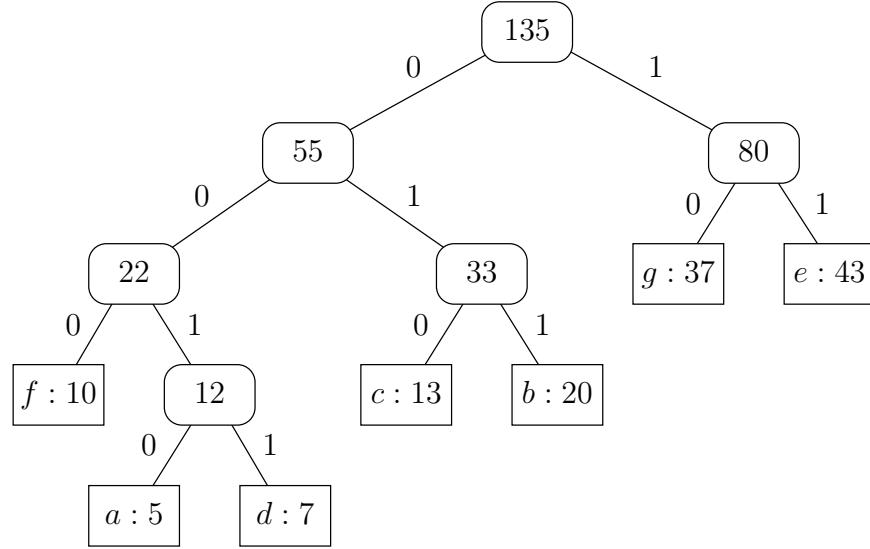
Schritt 6:



Schritt 7:



Ergebnis:



Optimaler Präfixkode:

a	0010
b	011
c	010
d	0011
e	11
f	000
g	10

b) Anzahl Bits bei einem Kode fester Länge (3 Bit):

$$135000 * 3 = 405000$$

Anzahl Bits bei Einsatz des Präfixcodes:

$$1000 \cdot (5 \cdot 4 + 20 \cdot 3 + 13 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 43 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 37 \cdot 2) = 337000$$

$$\text{Verbesserung: } \frac{405000 - 337000}{405000} = \frac{68000}{405000} = 0,16790 = 16,79\%$$

Aufgabe 4. $T(n)$ hat die Bauart $aT(n/b) + f(n)$ mit $a = 8$, $b = 2$ und $f(n) = 4n^3$. Da $4n^3 = f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(n^3)$, folgt mit Fall 2 des Master Theorems, dass $T(n) = \Theta(n^3 \log_2 n)$.

Aufgabe 5.

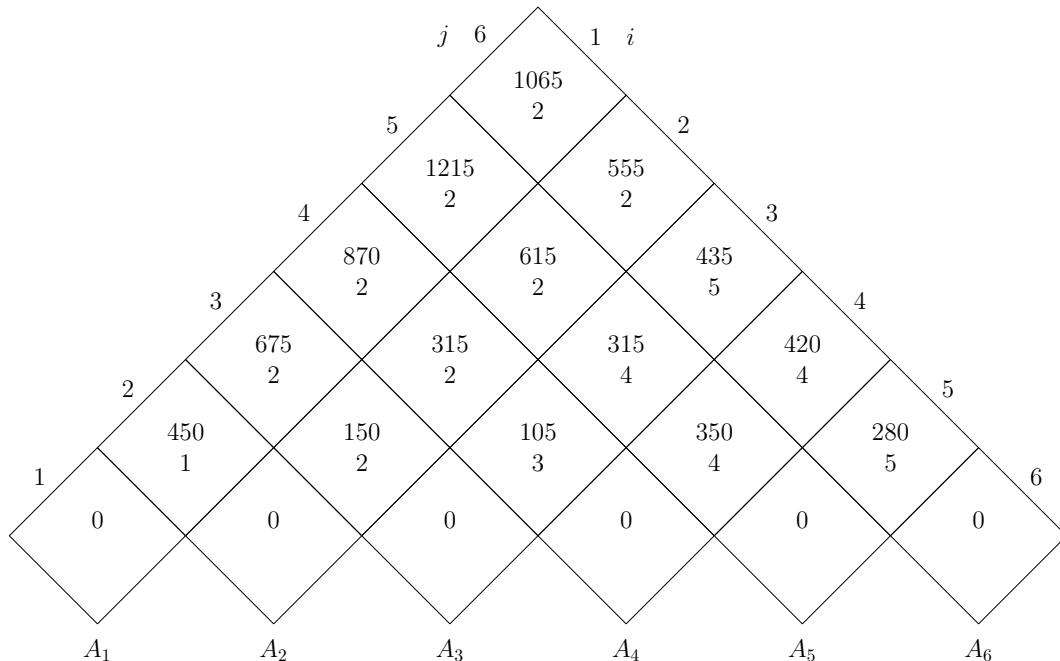
a) $M[4, 5] = 5 \cdot 7 \cdot 10 = 350.$

b) Berechnung von $M[2, 6]:$

$$\begin{aligned} k = 2 : \quad 0 + 435 + 10 \cdot 3 \cdot 4 &= 555 \\ k = 3 : \quad 150 + 420 + 10 \cdot 5 \cdot 4 &= 770 \\ k = 4 : \quad 315 + 280 + 10 \cdot 7 \cdot 4 &= 875 \\ k = 5 : \quad 615 + 0 + 10 \cdot 10 \cdot 4 &= 1015 \end{aligned}$$

Der Wert von $M[2, 6]$ ist der kleinste der obigen Werte, also $M[2, 6] = 555.$

Die komplette Matrix ist:



c) Die optimale Klammerung lautet: $(A_1 A_2) (((A_3 A_4) A_5) A_6).$

Aufgabe 6. Für alle $n \geq 0$ gilt:

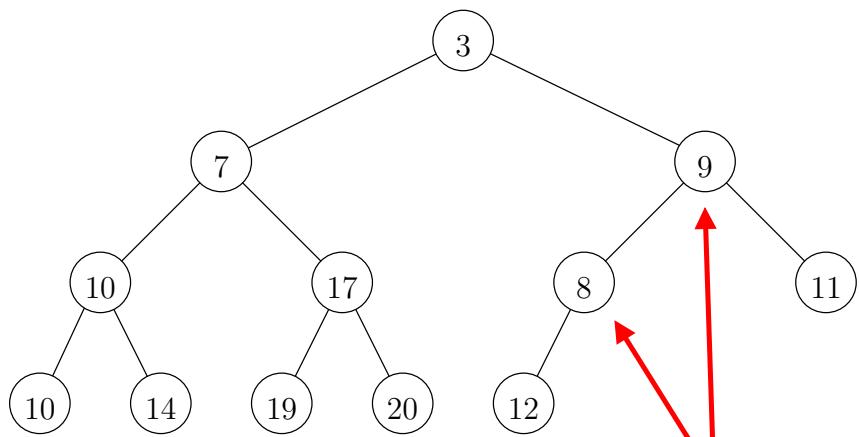
$$\begin{aligned} f(n) + g(n) &\geq 2 \cdot \min\{f(n), g(n)\} \\ &= \Omega(\min\{f(n), g(n)\}) \end{aligned}$$

für die Konstanten $c = 2$ und $n_0 = 0.$

Aufgabe 7. Inhalte der d - und π -Arrays während der Ausführung des Dijkstra Algorithmus:

u	v	a	b	c	d	e	f
	$d(v)$	0	∞	∞	∞	∞	∞
	$\pi(v)$	—	—	—	—	—	—
a	$d(v)$	0	2	8	∞	∞	∞
	$\pi(v)$	—	a	a	—	—	—
b	$d(v)$	0	2	7	5	∞	∞
	$\pi(v)$	—	a	b	b	—	—
d	$d(v)$	0	2	6	5	12	11
	$\pi(v)$	—	a	d	b	d	d
c	$d(v)$	0	2	6	5	6	11
	$\pi(v)$	—	a	d	b	c	d
e	$d(v)$	0	2	6	5	6	11
	$\pi(v)$	—	a	d	b	c	d
f	$d(v)$	0	2	6	5	6	11
	$\pi(v)$	—	a	d	b	c	d

Aufgabe 8. Array als Heap:



Verletzung der Min-Heap
Eigenschaft