

## Klausur Algorithmen und Datenstrukturen 3 (Wintersemester 2007/2008)

### Lösungshinweise

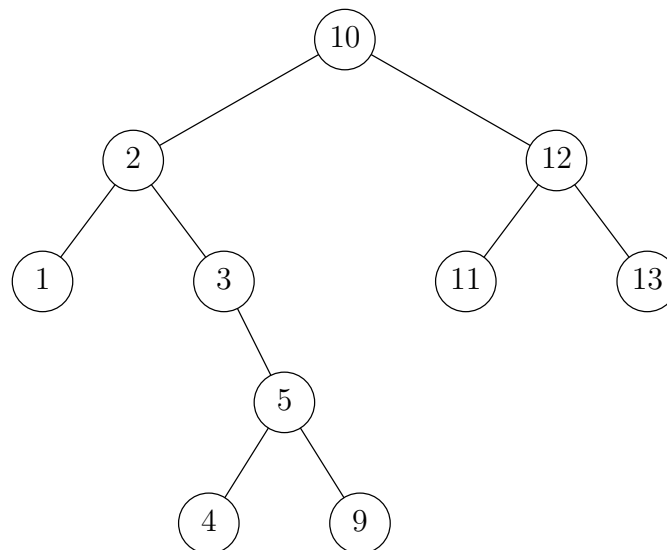
(Alle Angaben ohne Gewähr)

**Aufgabe 1.** Berechnung des Slots:

$$\begin{aligned}h(k) &= \lfloor A \cdot k - \lfloor A \cdot k \rfloor \rfloor m \\h(2491) &= \left\lfloor \left( 2491 \cdot \frac{\pi^2}{20} - \left\lfloor 2491 \cdot \frac{\pi^2}{20} \right\rfloor \right) \cdot 1024 \right\rfloor \\&\approx \lfloor 0.25922816 \cdot 1024 \rfloor \\&= 265\end{aligned}$$

Ergebnis:  $h(2491) = 265$ .

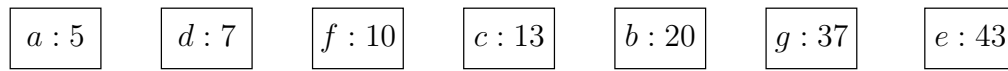
**Aufgabe 2.** Suchbaum nach Einfügen von 10, 2, 3, 12, 5, 1, 9, 11, 13, 4:



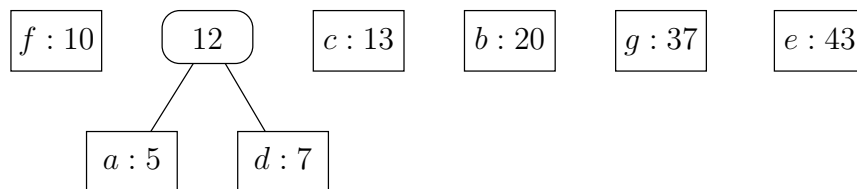
### Aufgabe 3.

a) Schrittweise Erstellung des Kodebaums:

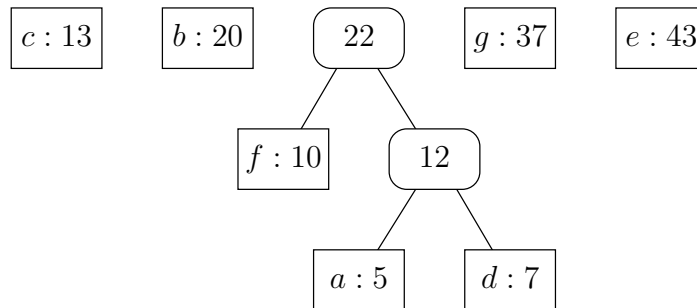
Schritt 1:



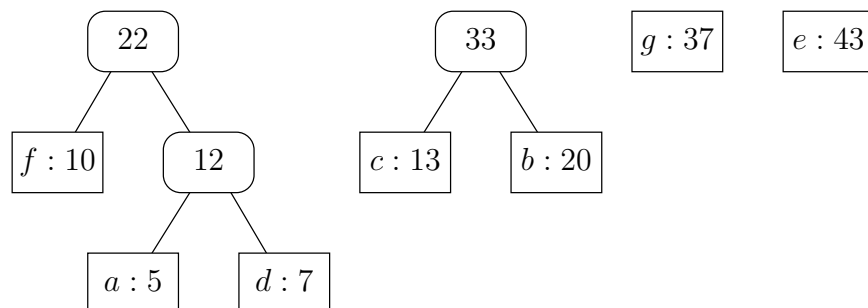
Schritt 2:



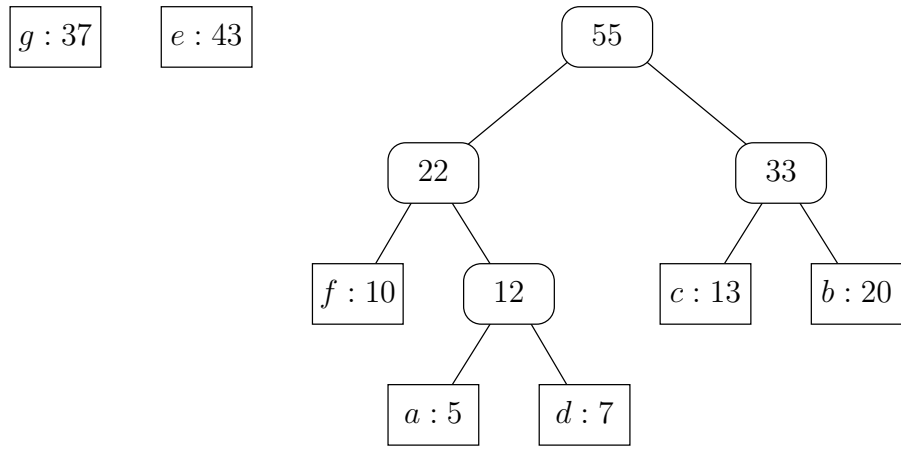
Schritt 3:



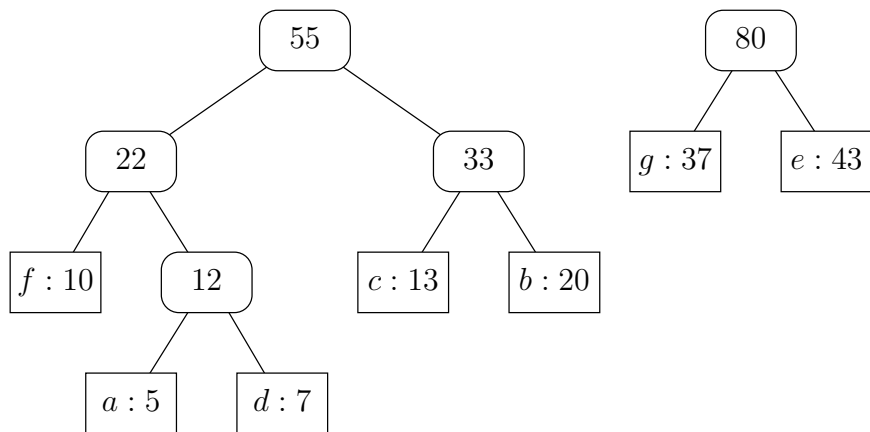
Schritt 4:



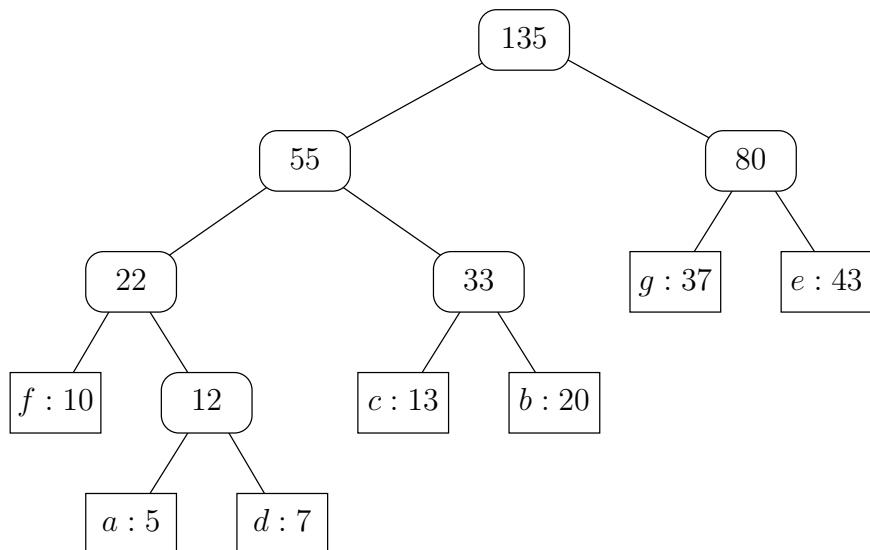
Schritt 5:



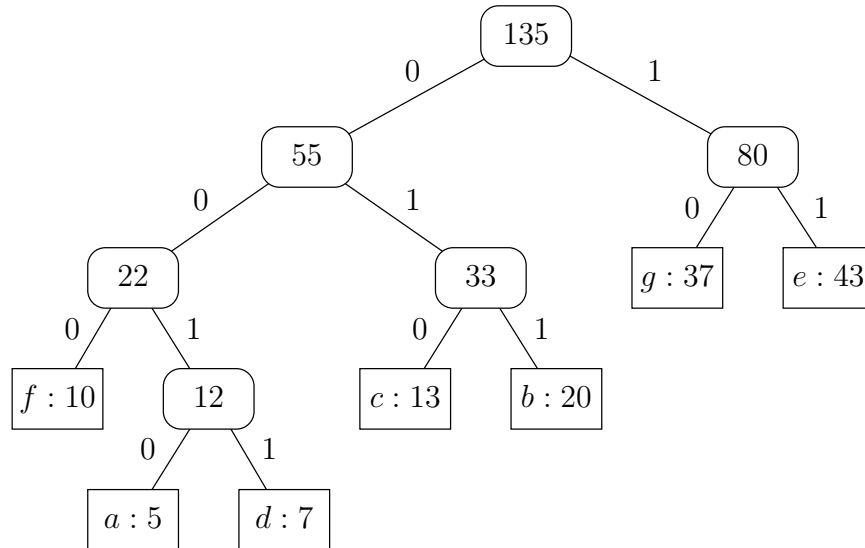
Schritt 6:



Schritt 7:



Ergebnis:



Optimaler Präfixkode:

<i>a</i>	0010
<i>b</i>	011
<i>c</i>	010
<i>d</i>	0011
<i>e</i>	11
<i>f</i>	000
<i>g</i>	10

b) Anzahl Bits bei einem Kode fester Länge (3 Bit):

$$135000 \cdot 3 = 405000$$

Anzahl Bits bei Einsatz des Präfixcodes:

$$1000 \cdot (5 \cdot 4 + 20 \cdot 3 + 13 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 43 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 37 \cdot 2) = 337000$$

$$\text{Verbesserung: } \frac{405000 - 337000}{405000} = \frac{68000}{405000} = 0,16790 = 16,79\%$$

**Aufgabe 4.**  $T(n)$  hat die Bauart  $aT(n/b) + f(n)$  mit  $a = 8$ ,  $b = 2$  und  $f(n) = 4n^3$ . Da  $4n^3 = f(n) = \Theta(n^{\log_2 8}) = \Theta(n^3)$ , folgt mit Fall 2 des Master Theorems, dass  $T(n) = \Theta(n^3 \log_2 n)$ .

### Aufgabe 5.

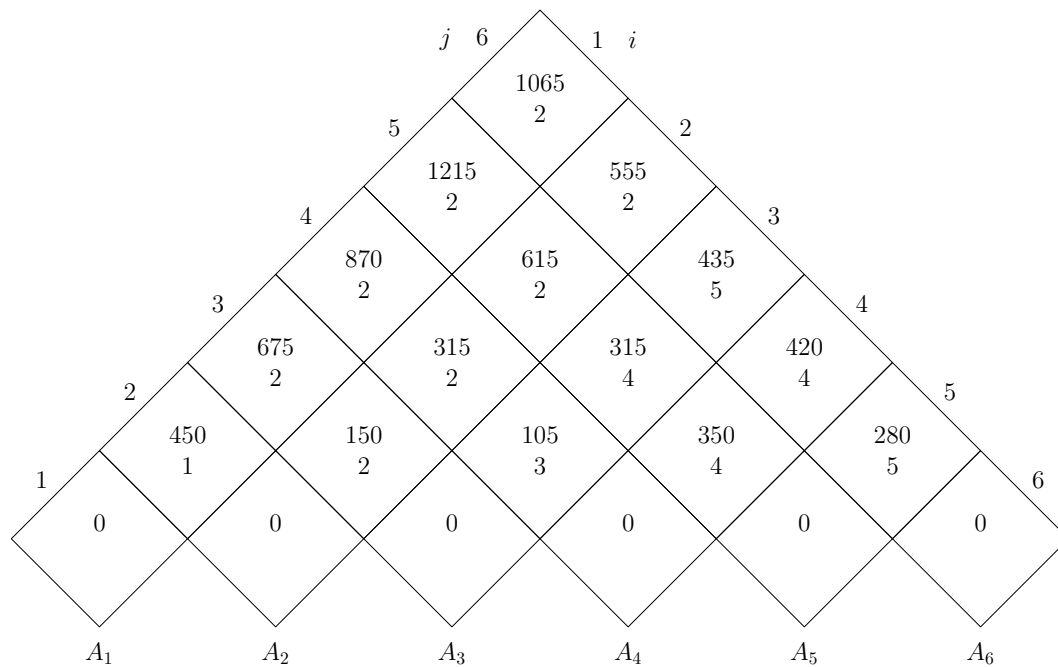
a)  $M[4, 5] = 5 \cdot 7 \cdot 10 = 350$ .

b) Berechnung von  $M[2, 6]$ :

$$\begin{aligned} k = 2 : & \quad 0 + 435 + 10 \cdot 3 \cdot 4 = 555 \\ k = 3 : & \quad 150 + 420 + 10 \cdot 5 \cdot 4 = 770 \\ k = 4 : & \quad 315 + 280 + 10 \cdot 7 \cdot 4 = 875 \\ k = 5 : & \quad 615 + 0 + 10 \cdot 10 \cdot 4 = 1015 \end{aligned}$$

Der Wert von  $M[2, 6]$  ist der kleinste der obigen Werte, also  $M[2, 6] = 555$ .

Die komplette Matrix ist:



c) Die optimale Klammerung lautet:  $(A_1 A_2) (((A_3 A_4) A_5) A_6)$ .

**Aufgabe 6.** Für alle  $n \geq 0$  gilt:

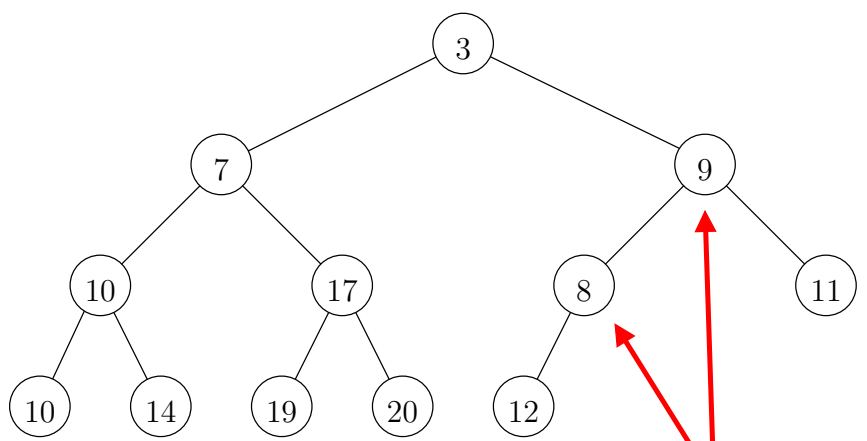
$$\begin{aligned} f(n) + g(n) &\geq 2 \cdot \min\{f(n), g(n)\} \\ &= \Omega(\min\{f(n), g(n)\}) \end{aligned}$$

für die Konstanten  $c = 2$  und  $n_0 = 0$ .

**Aufgabe 7.** Inhalte der  $d$ - und  $\pi$ -Arrays während der Ausführung des Dijkstra Algorithmus:

$u$	$v$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
	$d(v)$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	$\pi(v)$	—	—	—	—	—	—
$a$	$d(v)$	0	2	8	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	$\pi(v)$	—	$a$	$a$	—	—	—
$b$	$d(v)$	0	2	7	5	$\infty$	$\infty$
	$\pi(v)$	—	$a$	$b$	$b$	—	—
$d$	$d(v)$	0	2	6	5	12	11
	$\pi(v)$	—	$a$	$d$	$b$	$d$	$d$
$c$	$d(v)$	0	2	6	5	6	11
	$\pi(v)$	—	$a$	$d$	$b$	$c$	$d$
$e$	$d(v)$	0	2	6	5	6	11
	$\pi(v)$	—	$a$	$d$	$b$	$c$	$d$
$f$	$d(v)$	0	2	6	5	6	11
	$\pi(v)$	—	$a$	$d$	$b$	$c$	$d$

**Aufgabe 8.** Array als Heap:



Verletzung der Min-Heap  
Eigenschaft