

Klausur zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen 3
Sommersemester 2007

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurergebnis			
Aufgabe 1 (15 Punkte)		Aufgabe 2 (10 Punkte)	
Aufgabe 3 (15 Punkte)		Aufgabe 4 (20 Punkte)	
Aufgabe 5 (15 Punkte)		Aufgabe 6 (10 Punkte)	
Aufgabe 7 (15 Punkte)		Gesamt (100 Punkte)	
		Note	

Bearbeitungshinweise:

- Die Bearbeitungsdauer der Klausur beträgt 120 Minuten.
- Überprüfen Sie bitte sofort nach Erhalt die Vollständigkeit der Unterlagen (11 Seiten).
- Bitte lassen Sie die Klausur zusammengeheftet.
- Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Falls notwendig, dann benutzen Sie die Rückseite des jeweiligen Aufgabenblatts für Notizen und Entwürfe.

Viel Erfolg!

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 1. (15 Punkte)

Erstellen Sie für die Schlüssel

3, 5, 7, 8, 10, 12, 17, 19, 20, 20, 21, 24, 26, 29, 30

einen binären Suchbaum *optimaler Tiefe*.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Gegeben ist eine Hashtabelle mit $m = 2^8$ Slots. Als Hashfunktion kommt die Multiplikationsmethode mit den Parametern $w = 2^{12}$ und $A = \frac{\pi}{4}$ zum Einsatz.

Berechnen Sie den Slot, in den der Schlüssel $k = 2000$ gehasht wird.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 3. (15 Punkte)

Gegeben ist ein Fertigungsplanungsproblem mit folgenden Parametern:

j	1	2	3	4	5
$a_{1,j}$	3	9	7	5	7
$a_{2,j}$	6	4	6	10	9
$t_{1,j}$	2	3	2	2	—
$t_{2,j}$	3	2	1	1	—

und $e_1 = 8$, $e_2 = 6$, $x_1 = 3$, $x_2 = 1$.

- a) Stellen Sie das Problem als gerichteten Graph dar.

- b) Berechnen Sie eine optimale Lösung für das Problem. Tragen Sie die Teilergebnisse Ihrer Berechnung in die nachfolgende Tabelle ein:

j	1	2	3	4	5	Ende
$f_1[j]$						
$f_2[j]$						
$\ell_1[j]$						
$\ell_2[j]$						

Name: _____

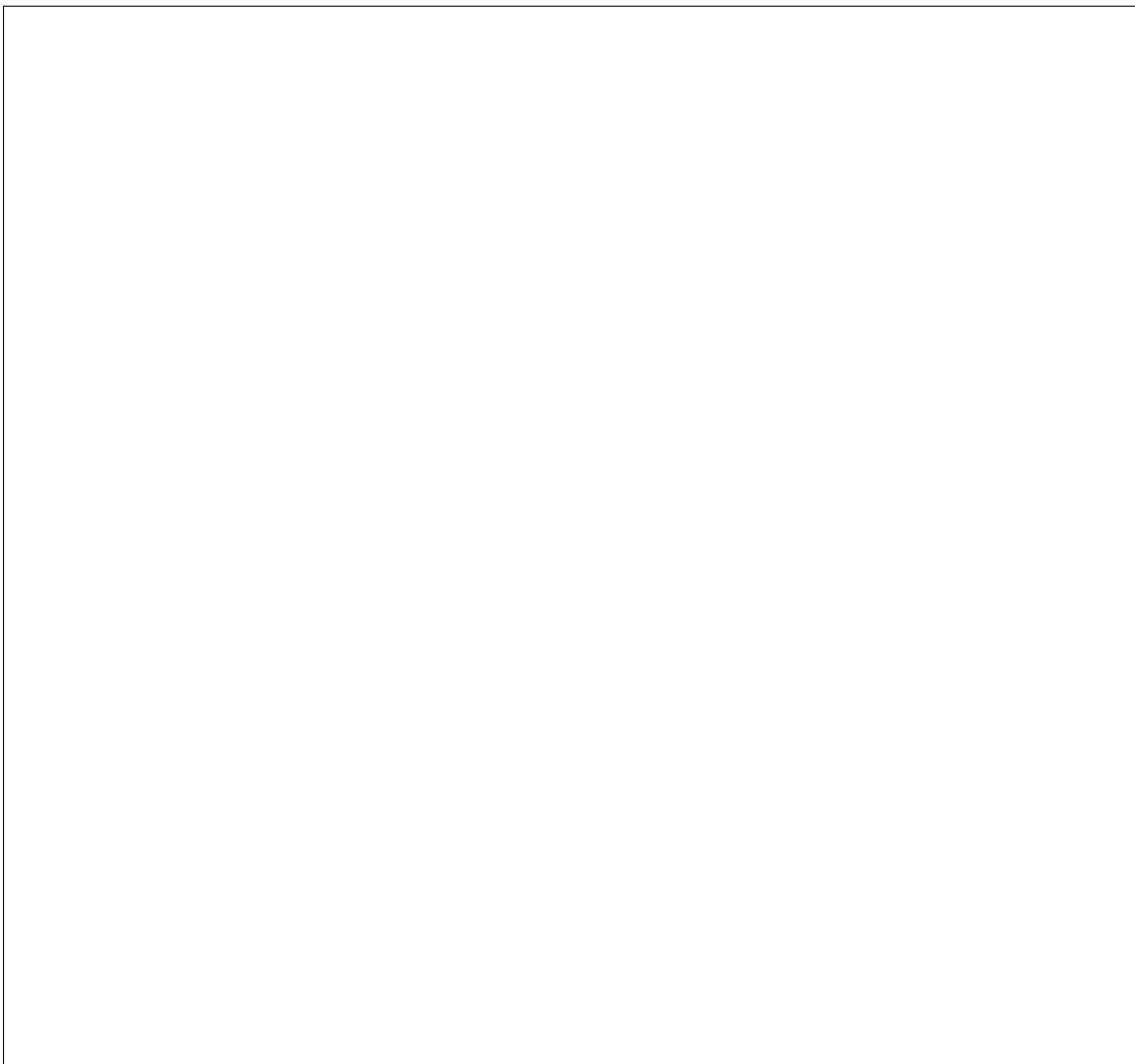
Matr. Nr.: _____

Aufgabe 4. (20 Punkte)

Der Graph G wird durch folgende Adjazenzliste festgelegt.

Knoten v	Nachbarn von v
1	2, 3
2	4
3	2, 4, 5
4	5
5	7
6	8, 5
7	9, 6, 8
8	9
9	7

- a) Stellen Sie G grafisch dar.



Name: _____

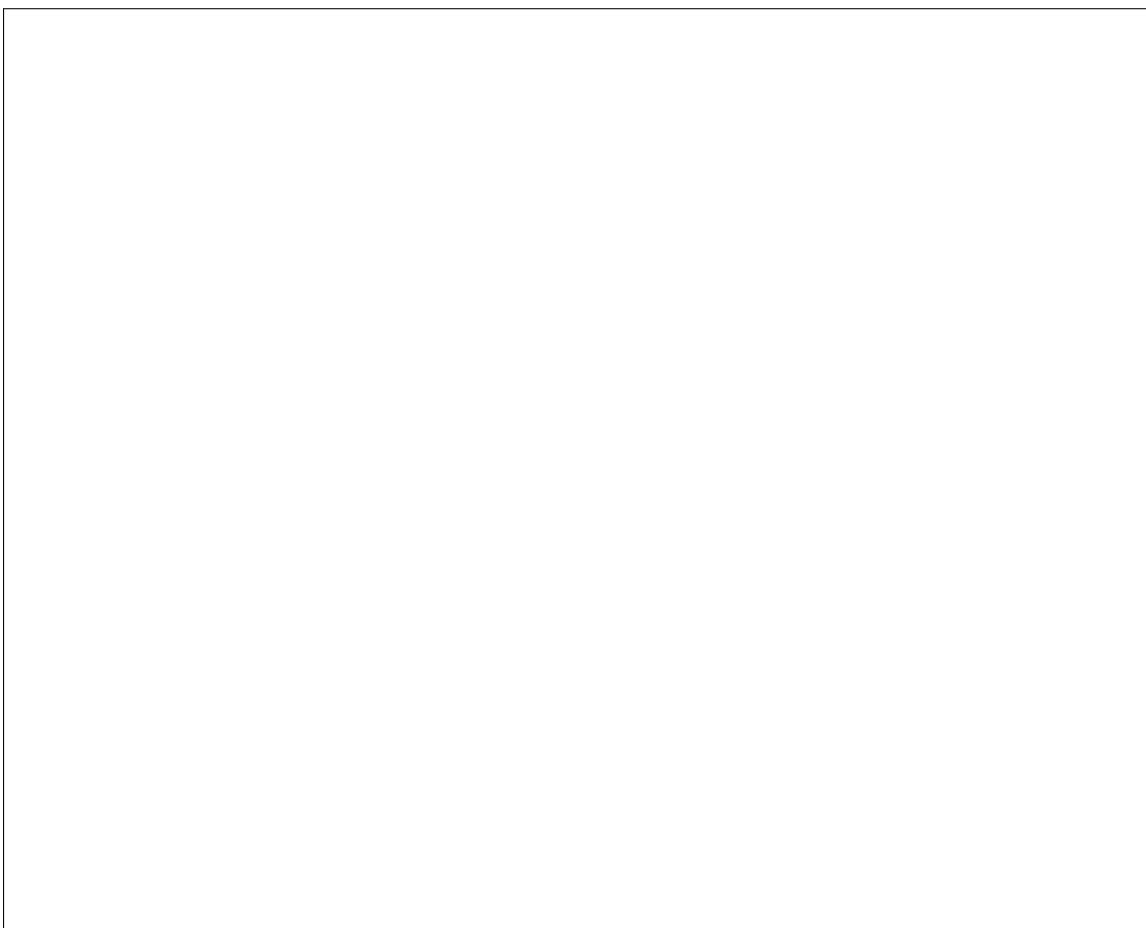
Matr. Nr.: _____

- b) Führen Sie in G eine Tiefensuche durch. Die Knoten werden in der durch die Adjazenzliste festgelegten Reihenfolge durchlaufen. Tragen Sie für jeden Knoten die Entdeckungs- und Beendigungszeit sowie die Vorgängerinformation in die folgende Tabelle ein.

v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
1			
2			
3			
4			
5			

v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
6			
7			
8			
9			

- c) Zeichnen Sie den von der Tiefensuche berechneten Depth-First Wald.



Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 5. (15 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen A_1, \dots, A_6 mit den Dimensionen:

$$A_1 : 10 \times 5$$

$$A_2 : 5 \times 20$$

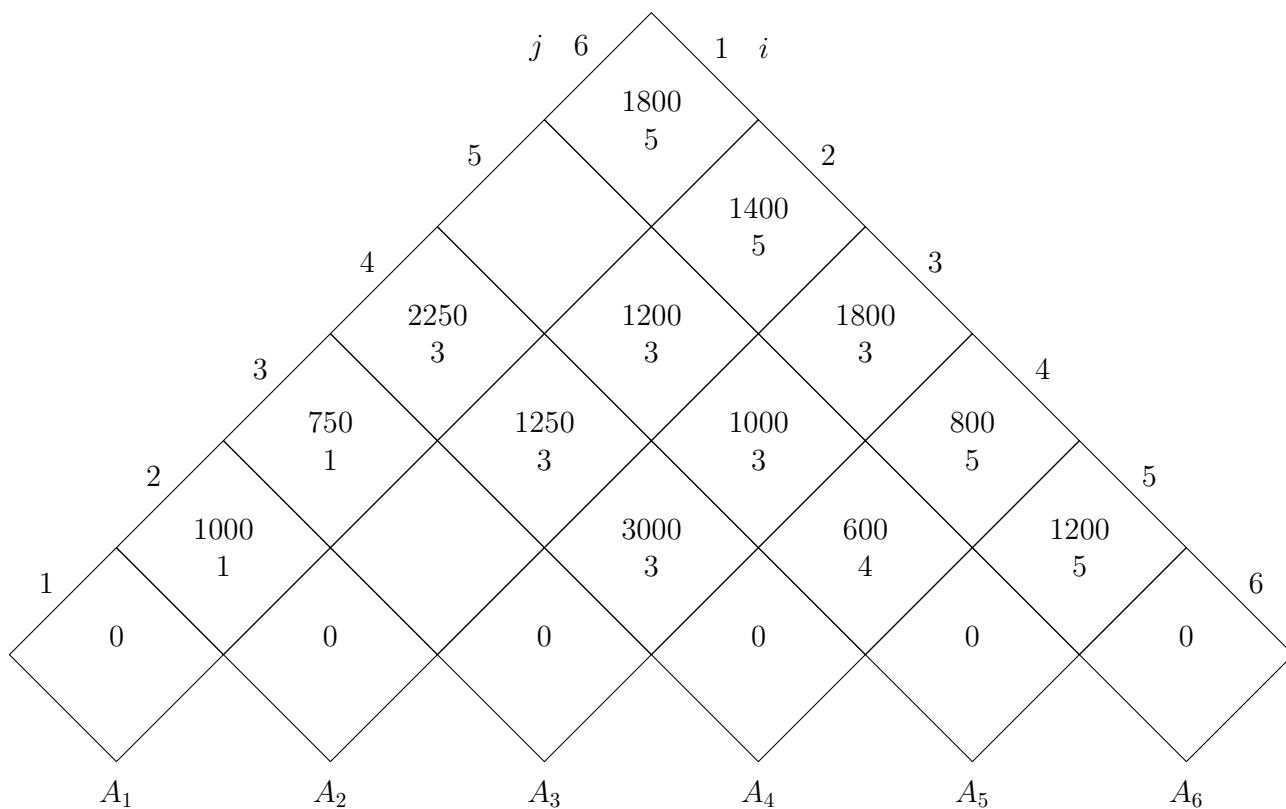
$$A_3 : 20 \times 5$$

$$A_4 : 5 \times 30$$

$$A_5 : 30 \times 4$$

$$A_6 : 4 \times 10$$

Der Algorithmus zur Berechnung der optimalen Klammerung einer Matrixkettenmultiplikation liefert das Ergebnis:



Die Aufgabe besteht darin, den Inhalt der leeren Zellen zu berechnen und in die Tabelle einzutragen. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Berechnungen an.

- a) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 2, j = 3$):

Name: _____

Matr. Nr.: _____

b) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 1, j = 5$):

c) Wie lautet die optimale Klammerung:

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 6. (10 Punkte)

Gegeben ist der Algorithmus RECSUM(A, l, r):

RECSUM(A, l, r)

Input: Array A mit n ganzen Zahlen, Indizes l und r

Output: $\sum_{i=l}^r A[i]$, falls $1 \leq l \leq r \leq n$, 0 sonst.

```
1  if  $l > r$  then
2    return 0
3  else if  $l = r$  then
4    return  $A[l]$ 
5  else
6     $m := \lfloor (r - l + 1)/4 \rfloor$ 
7     $s := \text{RECSUM}(A, l, l + m)$ 
8     $s := s + \text{RECSUM}(A, l + m + 1, l + 2 \cdot m)$ 
9     $s := s + \text{RECSUM}(A, l + 2 \cdot m + 1, l + 3 \cdot m)$ 
10    $s := s + \text{RECSUM}(A, l + 3 \cdot m + 1, r)$ 
11   return  $s$ 
```

Schätzen Sie die Laufzeit von RECSUM($A, 1, n$) für ein Array A mit n Elementen mittels der O-Notation ab.

Hinweis: Falls der Platz nicht ausreicht, dann bitte auf der nächsten Seite weiter schreiben.

Name: _____

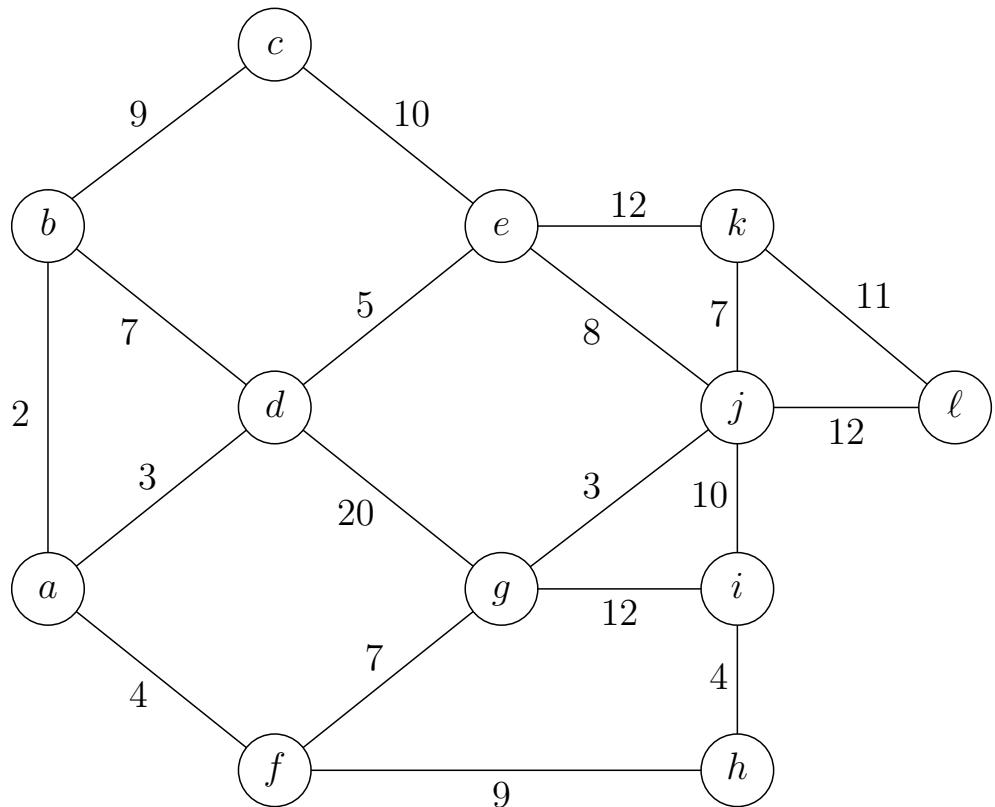
Matr. Nr.: _____

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 7. (15 Punkte)

Gegeben ist der folgende gewichtete Graph:



Berechnen Sie unter Einsatz des Algorithmus von Prim ausgehend vom Knoten a einen minimalen Spannbaum. Tragen Sie die Knoten in der Reihenfolge in die Tabelle ein, in der sie von dem Algorithmus ausgewählt werden.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
v	a											
$\pi[v]$	-											