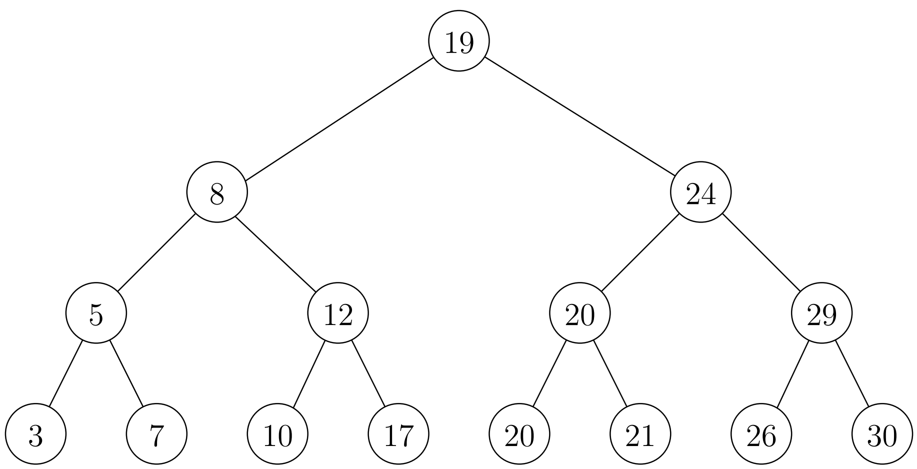
Prof. Dr. Christoph Karg
Fachbereich Informatik
HTW Aalen

Klausur Algorithmen und Datenstrukturen 3 (SS 2007)

Lösungshinweise

(Alle Angaben ohne Gewähr)

Aufgabe 1. Ein Suchbaum optimaler Tiefe mit 15 Elementen hat Tiefe $t = \lfloor \log_2 15 \rfloor = 3$. Die Lösung ist:



Aufgabe 2.

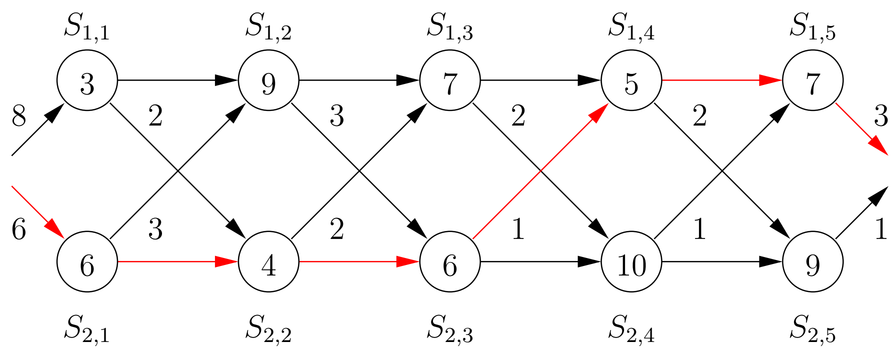
Berechnung des Slots:

$$
\begin{aligned}
h(k) &= (A \cdot k - \lfloor A \cdot k \rfloor) m \\
h(2000) &= \left\lfloor \left(2000 \cdot \frac{\pi}{4} - \left\lfloor 2000 \cdot \frac{\pi}{4} \right\rfloor \right) \cdot 256 \right\rfloor \\
&\approx \lfloor 0.796327 \cdot 256 \rfloor \\
&= 3261
\end{aligned}
$$

Ergebnis: $h(2000) = 203$.

Aufgabe 3.

a) Das Fertigungsplanungsproblem als gerichteter Graph inklusive Lösung:

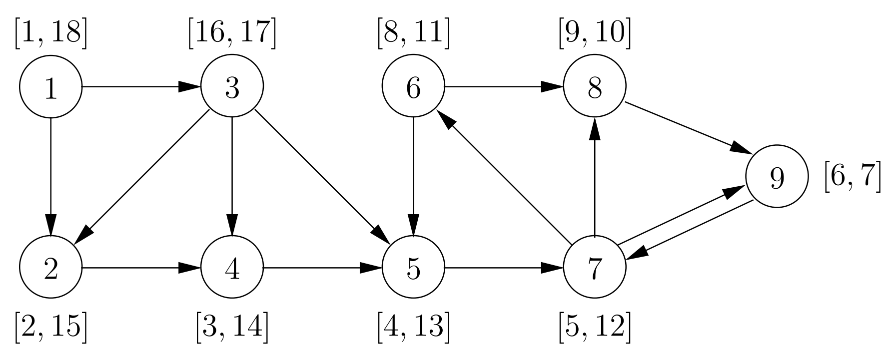


b) Die berechnete Lösung:

j	1	2	3	4	5	Ende
$f_1[j]$	11	20	25	28	35	38
$f_2[j]$	12	16	22	32	39	40
$\ell_1[j]$	–	1	2	2	1	1
$\ell_2[j]$	–	2	2	2	1	2

Aufgabe 4.

a) Der Graph inklusive den von der Tiefensuche berechneten Zeitintervalle:

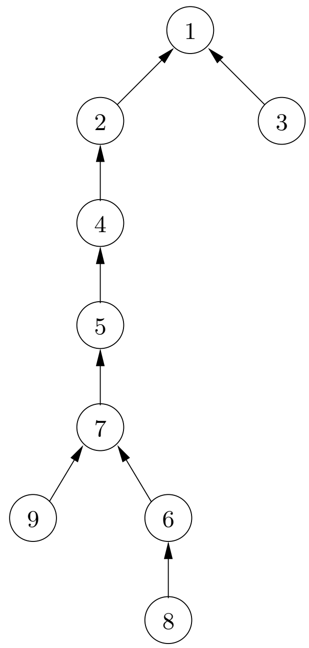


b) Die von der Tiefensuche berechneten Werte sind:

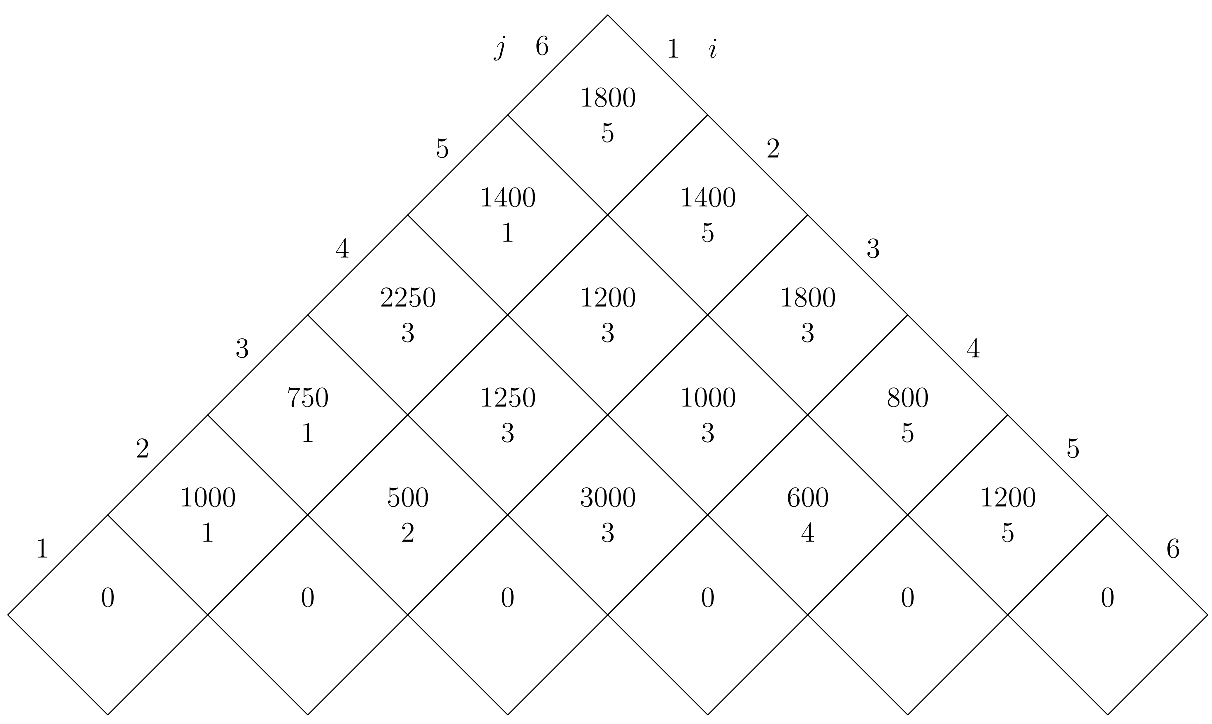
v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
1	1	18	–
2	2	15	1
3	16	17	1
4	3	14	2
5	4	13	4

v	$d[v]$	$f[v]$	$\pi[v]$
6	8	11	7
7	5	12	5
8	9	10	6
9	6	7	7

c) Depth-First Wald:



Aufgabe 5. Die vollständige Tabelle ist:



a) $i = 2, j = 3$: $5 \cdot 20 \cdot 5 = 500$

b) $i = 1, j = 5$:

$$\begin{array}{lrcl} k=1: & 0 + 1200 + 10 \cdot 5 \cdot 4 & = & 1400 \\ k=2: & 1000 + 1000 + 10 \cdot 20 \cdot 4 & = & 2800 \\ k=3: & 750 + 600 + 10 \cdot 5 \cdot 4 & = & 1550 \\ k=4: & 2250 + 0 + 10 \cdot 30 \cdot 4 & = & 3450 \end{array}$$

c) Die optimale Klammerung ist: $(A_1((A_2A_3)(A_4A_5)))A_6$.

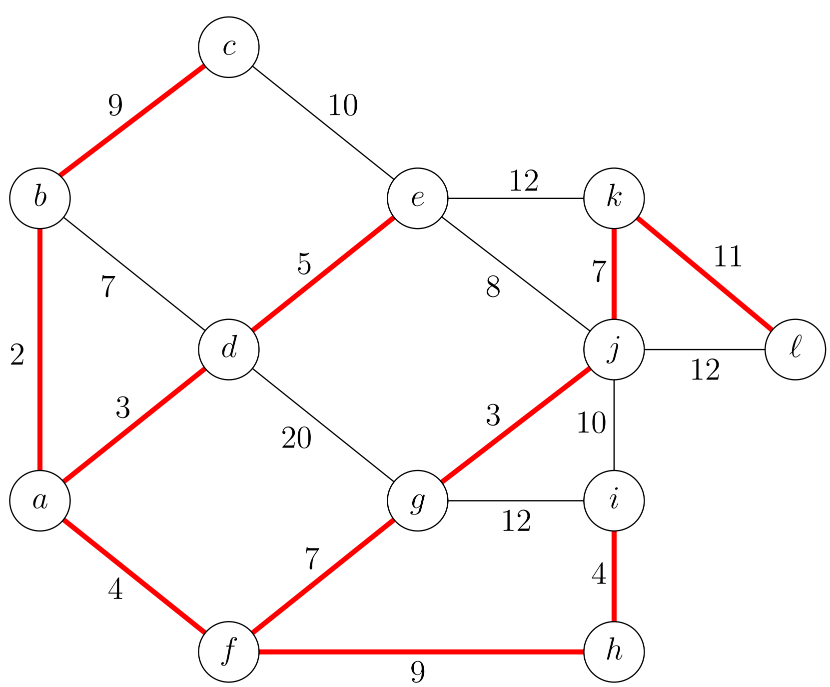
Aufgabe 6. Der erste Schritt in der Analyse des Algorithmus besteht darin, eine Laufzeitfunktion zu erstellen. Da der Algorithmus rekursiv arbeitet, ist dies eine Rekursionsgleichung.

Insgesamt wird die Funktion RecSum() viermal aufgerufen. Umfasst der ursprüngliche Arbeitsbereich im Array n Elemente, d.h., ist $r - l + 1 = n$, dann wird in jedem rekursiven Aufruf ein Arbeitsbereich der Größe $\frac{n}{4}$ ausgewählt. Die restliche Laufzeit ist konstant. Dies führt zu folgender Laufzeit:

$$T(n) = \begin{cases} c & n \leq 1 \\ 4 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + c & \texttt{sonst} \end{cases}$$

Um die Laufzeit mit der O-Notation abzuschätzen, verwenden wir das Master Theorem. Für $a = 4$, $b = 4$ und $f(n) = c$ folgt, dass $f(n) = O(n^{1-1/2})$. Es ist daher Fall 1 ($\varepsilon = \frac{1}{2}$) des Master Theorems anwendbar. Folgich ist $T(n) = O(n)$.

Aufgabe 7. Der berechnete minimale Spannbaum ist:



Der Algorithmus von Prim liefert folgendes Ergebnis:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
v	a	b	d	f	e	g	j	k	c	h	i	ℓ
$\pi[v]$	$-$	a	a	a	d	f	g	j	b	f	h	k