Prof. Dr. Christoph Karg
HTW Aalen

9.2.2007

Klausur zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen 3
Wintersemester 2006/2007

Name: ______________________________

Matr. Nr.: ______________________________

Unterschrift: ______________________________

Klausurergebnis			
Aufgabe 1 (15 Punkte)		Aufgabe 2 (15 Punkte)	
Aufgabe 3 (15 Punkte)		Aufgabe 4 (15 Punkte)	
Aufgabe 5 (15 Punkte)		Aufgabe 6 (15 Punkte)	
Aufgabe 7 (10 Punkte)		**Gesamt (100 Punkte)**	
		Note	

Bearbeitungshinweise:

- Die Bearbeitungsdauer der Klausur beträgt 120 Minuten.
- Überprüfen Sie bitte sofort nach Erhalt die Vollständigkeit der Unterlagen (11 Seiten).
- Bitte lassen Sie die Klausur zusammengeheftet.
- Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Falls notwendig, dann benutzen Sie die Rückseite des jeweiligen Aufgabenblatts für Notizen und Entwürfe.

Viel Erfolg!

Name: ______________________________ Matr. Nr.: _________________________

Aufgabe 1. (15 Punkte)

Gegeben ist die folgende Hashtabelle:

Slot	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Schlüssel	64				84				56			43			19	

a) Als Hashing Technik wird Open Adressing mit Quadratic Probing eingesetzt ($m = 16$, $c_1 = 2$, $c_2 = 8$, $h(k, i) = (k + c_1 i + c_2 i^2) \bmod m$). Berechnen Sie den Slot, in den der Schlüssel 100 gehasht wird. Geben Sie die Zwischenschritte Ihrer Berechnung an.

b) Welche Sondierungssequenz durchläuft der Schlüssel 35 bei Double Hashing mit Tabellengröße $m = 13$ und den Hashfunktionen $h_1(k) = k \bmod 13$ und $h_2(k) = 1 + (k \bmod 12)$?

Aufgabe 2. (15 Punkte)
Überprüfen Sie die folgenden Aussagen auf Korrektheit. Begründen Sie Ihre Antwort.

a) $3n^2 - 5n = O(n^2)$:

b) $\frac{1}{5}n^4 = \Theta(n^5)$:

c) $\min\{f(n), g(n)\} = O(f(n))$, wobei f und g monoton wachsende Funktionen von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{R}_0^+$ sind:

Name: ______________________________ Matr. Nr.: _________________________

Aufgabe 3. (15 Punkte)

Gegeben ist der Graph $G = (V, E)$, wobei $V = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Die Kanten sind in der Adjazenzmatrix A gespeichert:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Zeichnen Sie den Graphen G:

b) Führen Sie in G eine Tiefensuche durch. Die Kanten werden in der durch A festgelegten Reihenfolge durchlaufen. Tragen Sie die Knoten in der Reihenfolge in die Tabelle ein, in der sie von der Tiefensuche gefunden werden. Berechnen Sie für jeden Knoten $u \in V$ außerdem die Werte $\pi[u]$, $d[u]$ und $f[u]$.

u	$\pi[u]$	$d[u]$	$f[u]$

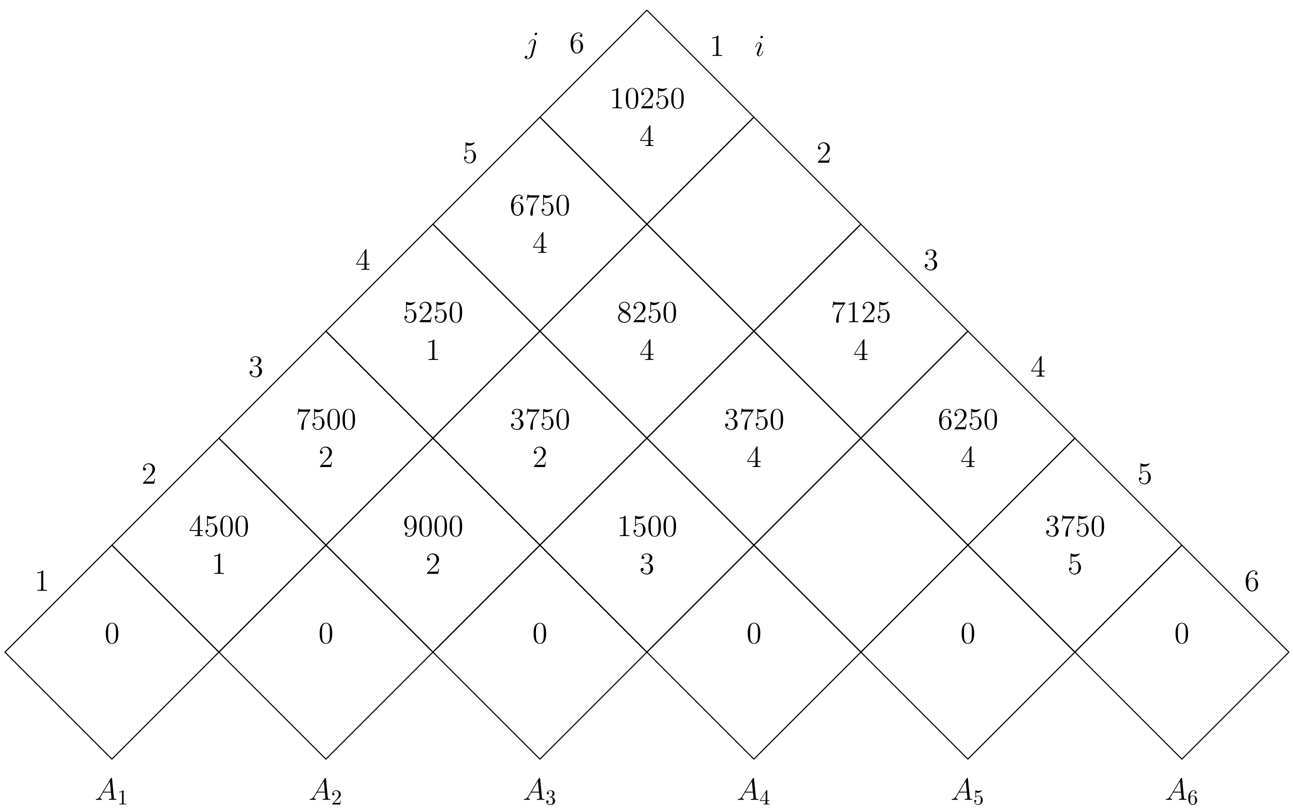
Name: ____________________________ Matr. Nr.: ________________________

Aufgabe 4. (15 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen $A_1, \ldots, A_6$ mit den Dimensionen:

$$
\begin{array}{lrcl}
A_1: & 10 & \times & 30 \\
A_2: & 30 & \times & 15 \\
A_3: & 15 & \times & 20 \\
A_4: & 20 & \times & 5 \\
A_5: & 5 & \times & 30 \\
A_6: & 30 & \times & 25
\end{array}
$$

Der Algorithmus zur Berechnung der optimalen Klammerung einer Matrixkettenmultiplikation liefert das Ergebnis:



Die Aufgabe besteht darin, den Inhalt der leeren Zellen zu berechnen und in die Tabelle einzutragen. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Berechnungen an.

a) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 4, j = 5$):

b) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 2, j = 6$):

c) Wie lautet die optimale Klammerung:

Name: ______________________________ Matr. Nr.: _________________________

Aufgabe 5. (15 Punkte)

Gegeben ist das Raumbelegungsproblem

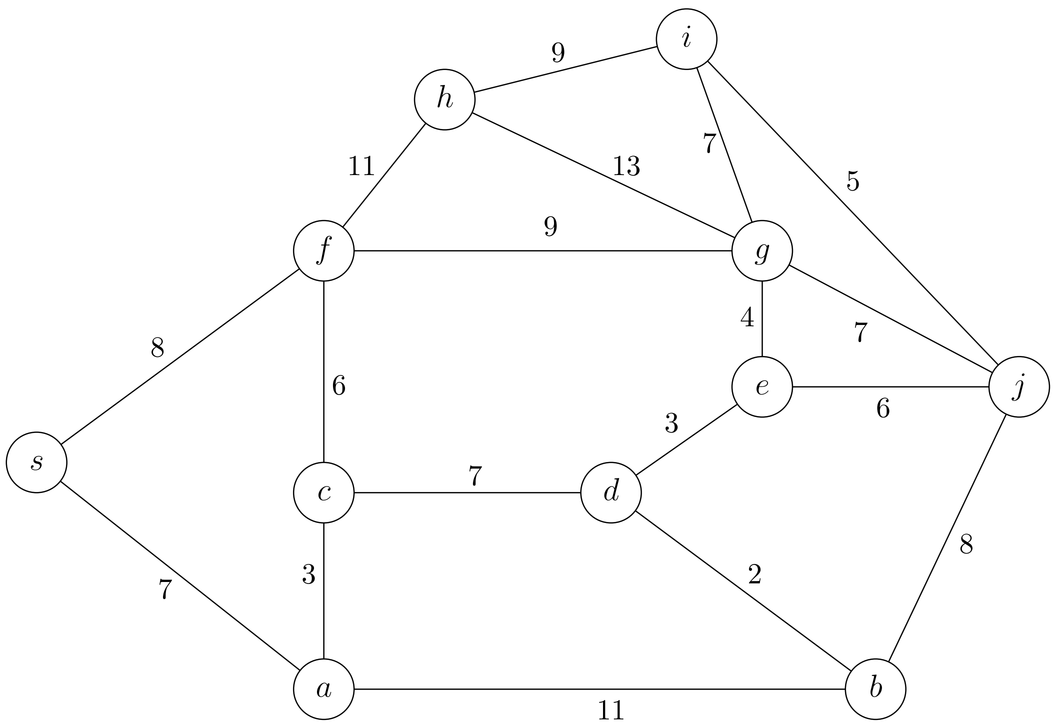
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
s_i	2	15	1	2	9	3	6	11	3	6	13
f_i	11	20	3	8	17	9	12	14	6	10	18

Berechnen Sie eine optimale Raumbelegung für obige Aktivitäten. Geben Sie die Zwischenschritte Ihrer Berechnung an.

Name: ______________________________ Matr. Nr.: _________________________

Aufgabe 6. (15 Punkte)

Gegeben ist der folgende gewichtete Graph:



Berechnen Sie unter Einsatz des Algorithmus von Prim ausgehend vom Knoten s einen minimalen Spannbaum. Tragen Sie die Knoten in der Reihenfolge in die Tabelle an, in der sie von dem Algorithmus ausgewählt wurden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
s										

Name: ______________________________ Matr. Nr.: _________________________

Aufgabe 7. (10 Punkte)

Schätzen Sie die Rekursionsgleichung

$$T(n) = \begin{cases} 9T\left(\frac{n}{3}\right) + 4n^2 - 3n & n > 1, \\ 1 & n = 1, \end{cases}$$

bestmöglich asymptotisch ab.

Hinweis: Das Master Theorem könnte hilfreich sein.