Prof. Dr. Christoph Karg
Fachbereich Informatik
HTW Aalen

Klausur Algorithmen und Datenstrukturen 3 (WS 2006/2007)

Lösungshinweise

(ohne Gewähr)

Aufgabe 1.

a) $h(k, i) = (k2i + 8i^2) \bmod 16$

- $h(100, 0) = (100 + 2 \cdot 0 + 8 \cdot 0^2) \bmod 16 = 100 \bmod 16 = 4 \rightsquigarrow$ Kollision
- $h(100, 1) = (100 + 2 \cdot 1 + 8 \cdot 1^2) \bmod 16 = 110 \bmod 16 = 14 \rightsquigarrow$ Kollision
- $h(100, 2) = (100 + 2 \cdot 2 + 8 \cdot 2^2) \bmod 16 = 136 \bmod 16 = 8 \rightsquigarrow$ Kollision
- $h(100, 3) = (100 + 2 \cdot 3 + 8 \cdot 3^2) \bmod 16 = 178 \bmod 16 = 2 \rightsquigarrow$ freier Slot

Ergebnis: 100 wird in den Slot 2 gehasht.

b) Double Hashing mit $h_1(k) = k \bmod 13$ und $h_2(k) = 1(k \bmod 12)$: Die Hashfunktion ist $h(k, i) = (h_1(k) + i \cdot h_{2(k)}) \bmod 13$. Für den Schlüssel $k = 35$ wird folgende Sondierungssequenz durchlaufen:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$h(35, i)$	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	12	11	10

Aufgabe 2.

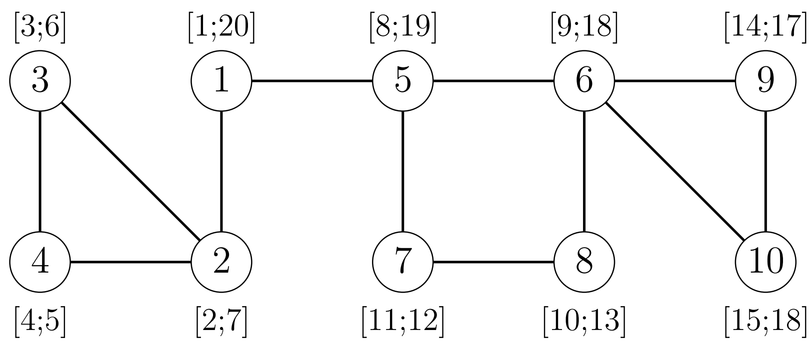
a) Korrekt. Es gilt $3n^2 - 5n \leq 3n^2 \in O(n^2)$ für $c = 3$ und $n_0 = 1$.

b) Falsch. Bekanntlich ist $\Theta(f) = \Omega(f) \cap O(f)$. Also muss $\frac{1}{5} \in \Omega(n^4)$ gelten. Angenommen, es gibt ein $c > 0$ und $n_0 > 0$ so dass für alle $n \geq n_0$ die Ungleichung $cn^5 \leq \frac{1}{5}n^4$ gilt. Umformen: $n \leq \frac{1}{5c}$. Dies ist ein Widerspruch für alle $n \geq \frac{1}{5c}$.

c) Korrekt. Es gilt $\min\{f(n), g(n)\} \leq f(n) \in O(f(n))$.

Aufgabe 3.

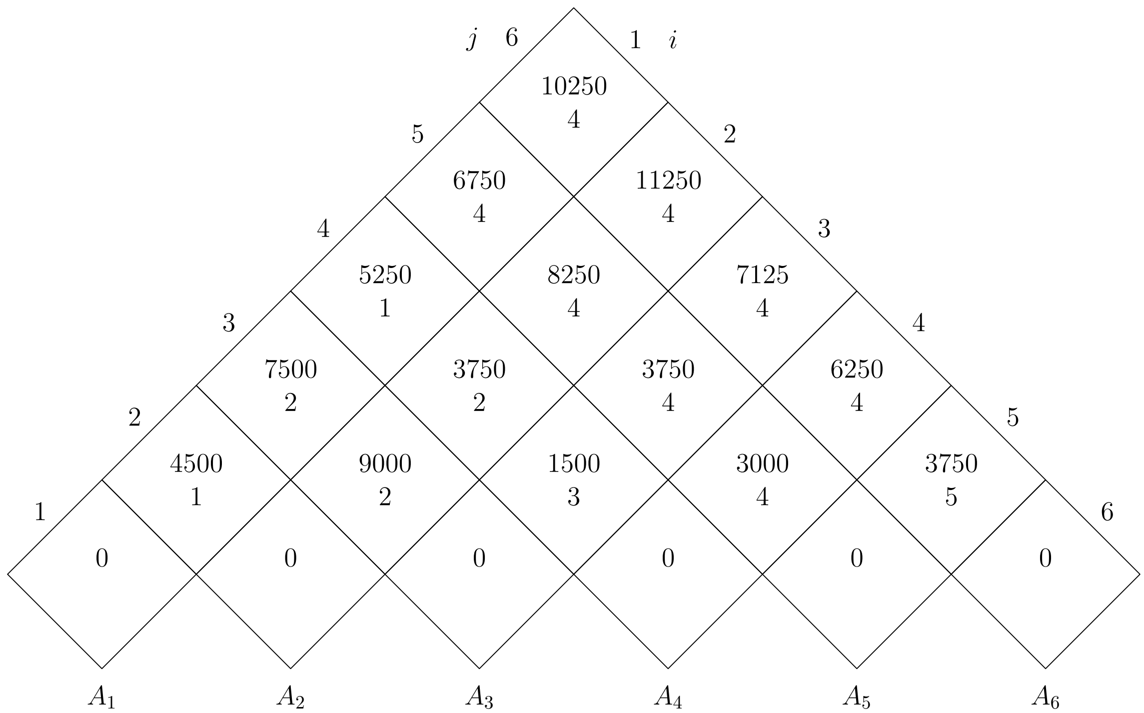
a) Graph G inklusive Ergebnis der Tiefensuche:



b) Die Tiefensuche liefert das folgende Ergebnis:

u	$\pi[u]$	$d[u]$	$f[u]$
1	–	1	20
2	1	2	7
3	2	3	6
4	3	4	5
5	1	8	19
6	5	9	18
8	6	10	13
7	8	11	12
9	6	14	17
10	9	15	16

Aufgabe 4. Die vollständige Tabelle der Matrixkettenmultiplikation ist



a) $A[4,5] = 20 \cdot 5 \cdot 30 = 3000$

b) $A[2,6]$ ist das Minimum der Werte:

- $k = 2$: $0 + 7125 + 30 \cdot 15 \cdot 25 = 18375$
- $k = 3$: $9000 + 6250 + 30 \cdot 20 \cdot 25 = 30250$
- $k = 4$: $3750 + 3750 + 30 \cdot 5 \cdot 25 = 11250$
- $k = 5$: $8250 + 0 + 30 \cdot 30 \cdot 25 = 30750$

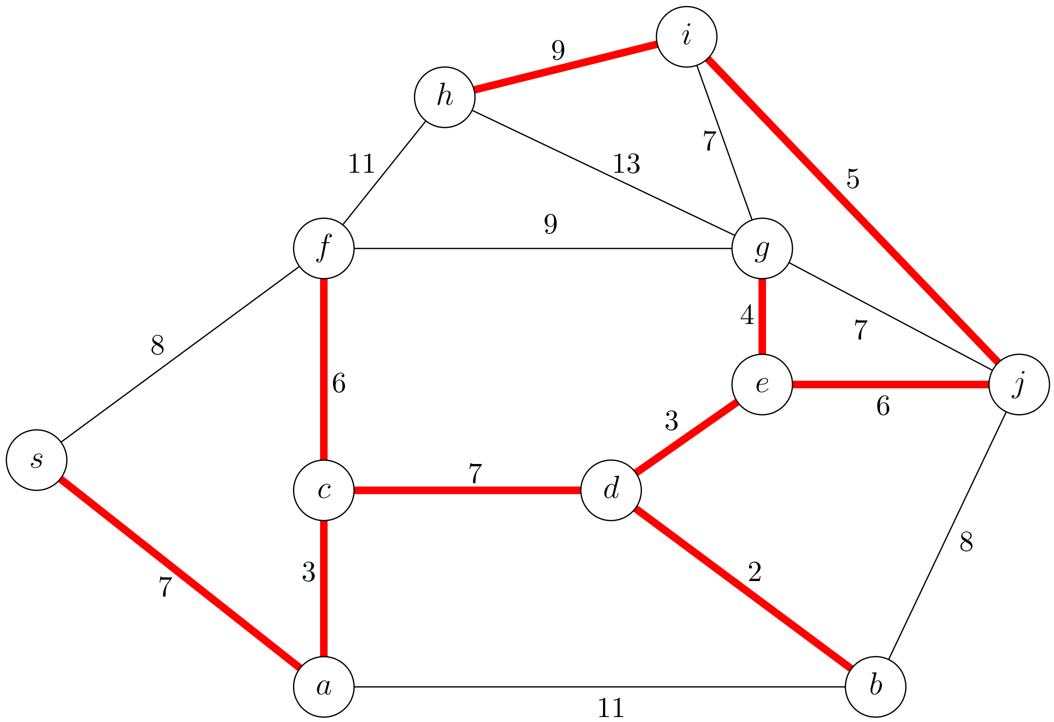
c) Die optimale Klammerung ist $(A_1(A_2(A_3A_4)))(A_5A_6)$.

Aufgabe 5. Sortierung nach aufsteigender Endzeit:

i	3	9	4	6	10	1	7	8	5	11	2
s_i	1	3	2	3	6	2	6	11	9	13	15
f_i	3	6	8	9	10	11	12	14	17	18	20

Optimale Lösung: $\{3, 9, 10, 8, 2\}$

Aufgabe 6. Minimaler Spannbaum:



Die Knoten werden in folgender Reihenfolge durchlaufen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
s	a	c	f	d	b	e	g	j	i	h

Aufgabe 7. Wähle $a = 9$, $b = 3$ und $f(n) = 4n^2 - 3n$. Für alle $n \geq 3$ gilt

$$3n^2 \leq 4n^2 - 3n \leq 4n^2.$$

Also ist $f(n) \in \Theta(n^2)$. Wegen $\log_b a = \log_3 9 = 2$, ist Fall 2 des Master Theorems anwendbar. Folglich ist $T(n) = \Theta(n^2 \log_2 n)$.