

**Klausur zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen 2
Sommersemester 2006**

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurergebnis			
Aufgabe 1 (20 Punkte)		Aufgabe 2 (15 Punkte)	
Aufgabe 3 (15 Punkte)		Aufgabe 4 (15 Punkte)	
Aufgabe 5 (15 Punkte)		Aufgabe 6 (20 Punkte)	
Gesamt (100 Punkte)		Note	

Bearbeitungshinweise:

- Die Bearbeitungsdauer der Klausur beträgt 120 Minuten.
- Überprüfen Sie bitte sofort nach Erhalt die Vollständigkeit der Unterlagen (11 Seiten).
- Bitte lassen Sie die Klausur zusammengeheftet.
- Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Falls notwendig, dann benutzen Sie die Rückseite des jeweiligen Aufgabenblatts für Notizen und Entwürfe.

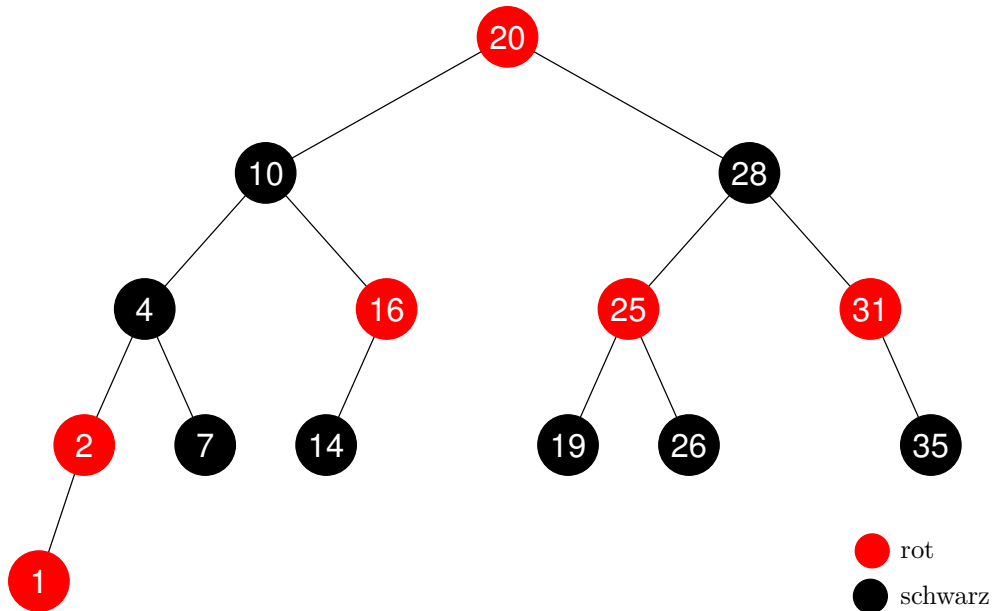
Viel Erfolg!

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 1. (20 Punkte)

Finden Sie alle Fehler, die sich in den folgenden Rot-Schwarz-Baum eingeschlichen haben. Begründen Sie Ihre Antwort.



Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 2. (15 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen A_1, \dots, A_6 mit den Dimensionen:

$$A_1 : 35 \times 20$$

$$A_2 : 20 \times 30$$

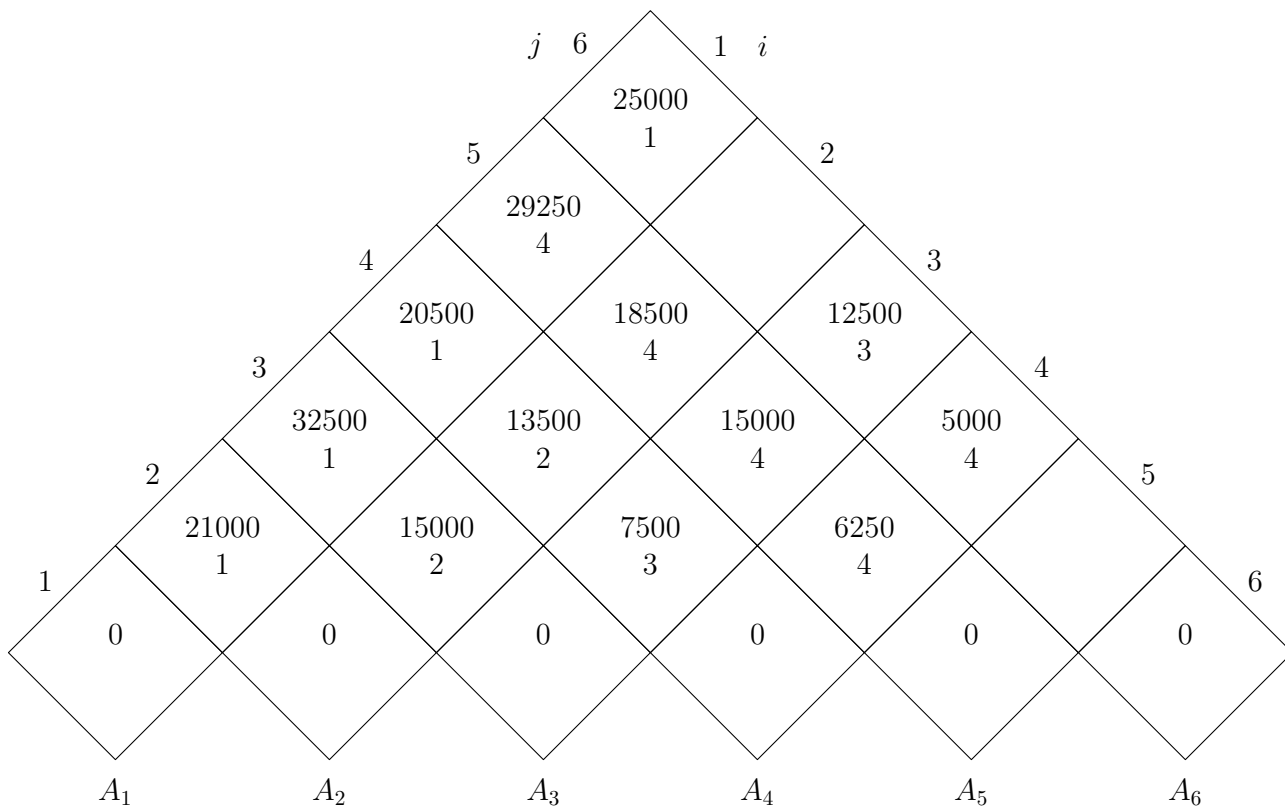
$$A_3 : 30 \times 25$$

$$A_4 : 25 \times 10$$

$$A_5 : 10 \times 25$$

$$A_6 : 25 \times 10$$

Der Algorithmus zur Berechnung der optimalen Klammerung einer Matrixkettenmultiplikation liefert das Ergebnis:



Die Aufgabe besteht darin, den Inhalt der leeren Zellen zu berechnen und in die Tabelle einzutragen. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Berechnungen an.

a) Berechnen Sie den Wert der Zelle $(i = 5, j = 6)$:

Name: _____

Matr. Nr.: _____

b) Berechnen Sie den Wert der Zelle ($i = 2, j = 6$):

c) Wie lautet die optimale Klammerung:

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 3. (15 Punkte)

Implementieren Sie in Pseudo-Code einen Algorithmus $\text{THREE}(x)$, der in dem binären Suchbaum mit Wurzel x das drittkleinste Element findet, falls ein solches existiert.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 4. (15 Punkte)

Die Analyse eines Textes liefert die folgende Buchstabenhäufigkeit:

α	β	γ	δ	λ	μ	ν
0.3	0.1	0.05	0.07	0.15	0.24	0.09

- a) Berechnen Sie mittels des Huffman-Algorithmus einen optimalen Präfixkode. Geben Sie die Zwischenschritte Ihrer Berechnung an. (Falls der Platz nicht ausreicht, dann bitte auf der nächsten Seite weiterschreiben.)

Name: _____

Matr. Nr.: _____

b) Wie lautet die Kodierung der Buchstaben:

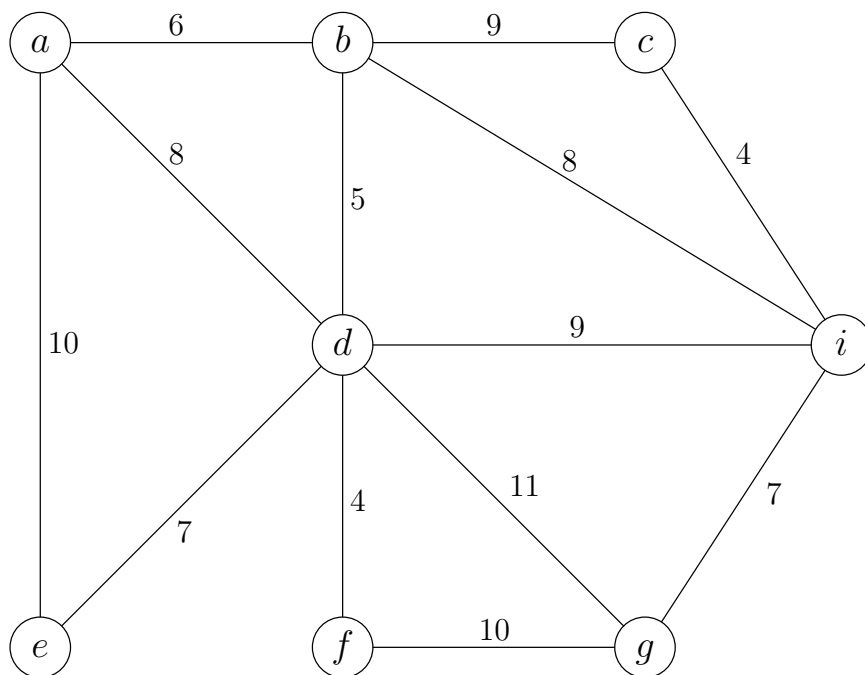
α	
β	
γ	
δ	
λ	
μ	
ν	

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 5. (15 Punkte)

Ermitteln Sie mit dem Algorithmus von Prim für den abgebildeten Graphen einen minimalen Spannbaum. Startknoten ist der Knoten d . Tragen Sie in die Tabelle die Knoten in der Reihenfolge ein, in der sie vom Algorithmus ausgewählt werden.



Reihenfolge	1	2	3	4	5	6	7	8
Knoten	d							

Name: _____

Matr. Nr.: _____

Aufgabe 6. (20 Punkte)

Gegeben ist der folgende Algorithmus:

MAXIMUM(A, ℓ, r)

Input: Array A mit n ganzen Zahlen

Indizes ℓ und r mit $1 \leq \ell \leq r \leq n$

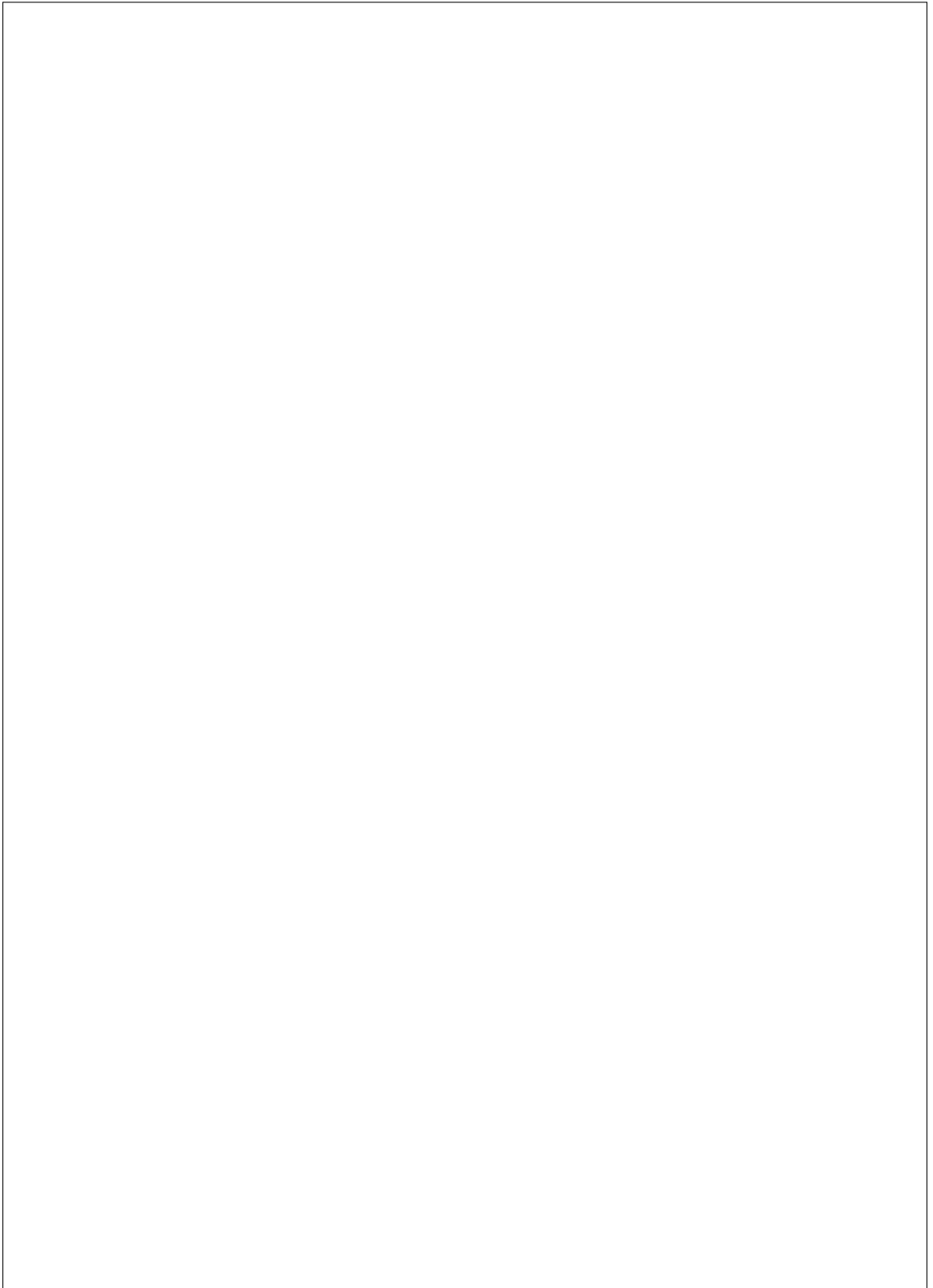
Output: Maximum der Menge $\{A[\ell], \dots, A[r]\}$

```
1  if ( $\ell = r$ ) then
2    return  $A[\ell]$ 
3  else
4     $m := \ell + \lfloor \frac{r-\ell+1}{2} \rfloor$ ;
5     $w_1 := \text{MAXIMUM}(A, \ell, m-1)$ ;
6     $w_2 := \text{MAXIMUM}(A, m, r)$ ;
7    if ( $w_1 \leq w_2$ ) then
8      return  $w_2$ 
9    else
10   return  $w_1$ 
```

- a) Schätzen Sie die Worst-Case Laufzeit von MAXIMUM($A, 1, n$) unter Verwendung der O -Notation ab. (Falls der Platz nicht ausreicht, dann bitte auf der nächsten Seite weiterschreiben.)

Name: _____

Matr. Nr.: _____

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying the central portion of the page. It is intended for a student to draw a diagram or write out a solution during an exam.

Name: _____

Matr. Nr.: _____

b) Beweisen Sie die Korrektheit von $\text{MAXIMUM}(A, \ell, r)$: